EXAMEN DEPARTAMENTAL DE INTRODUCCIÓN A LAS MATEMÁTICAS SUPERIORES

viernes 17 de marzo de 2006

NOMBRE: ______________________________ CLAVE:________

Tipo A

1. Simplifica la expresión $\dfrac{1-\dfrac{1}{x-a}}{x-1-\dfrac{a}{x-a}}$ . . . . 1 punto.

2. Determina el conjunto solución de la desigualdad: $|2-|x+3||<1$ . . . . 1.5 puntos.

3. Determina el conjunto solución de la desigualdad: $\dfrac{4-x}{x-5}>\dfrac{1}{1-x}$ . . . . 1.5 puntos.

4. Encuentra las soluciones de la ecuación $\dfrac{1}{z}-\dfrac{1}{2z}-\dfrac{1}{5z}=\dfrac{10}{z+1}$ . . . . 1.5 puntos.

5. Determina los valores de k para los cuales la ecuación $4x^2+kx+25=0$ tenga exactamente una solución real (raíz doble). . . . . 1 punto.

6. Dibuja la región del plano $R=\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 |\ x^2+y^2<16 \text{ y } -3<x\leq 2\right\}$ . . . . 1.5 puntos.

7. Encuentra el dominio y el rango de la función $f\left(x\right)=\sqrt{\dfrac{x^2-5x-14}{x^2-9}}$ . . . . 2 puntos.

1. $\dfrac{1-\dfrac{1}{x-a}}{x-1-\dfrac{a}{x-a}} = \dfrac{\dfrac{x-a-1}{x-a}}{\dfrac{x^2-ax-x+a-a}{x-a}} = \dfrac{x-a-1}{x\left(x-a-1\right)} = \dfrac{1}{x}.$

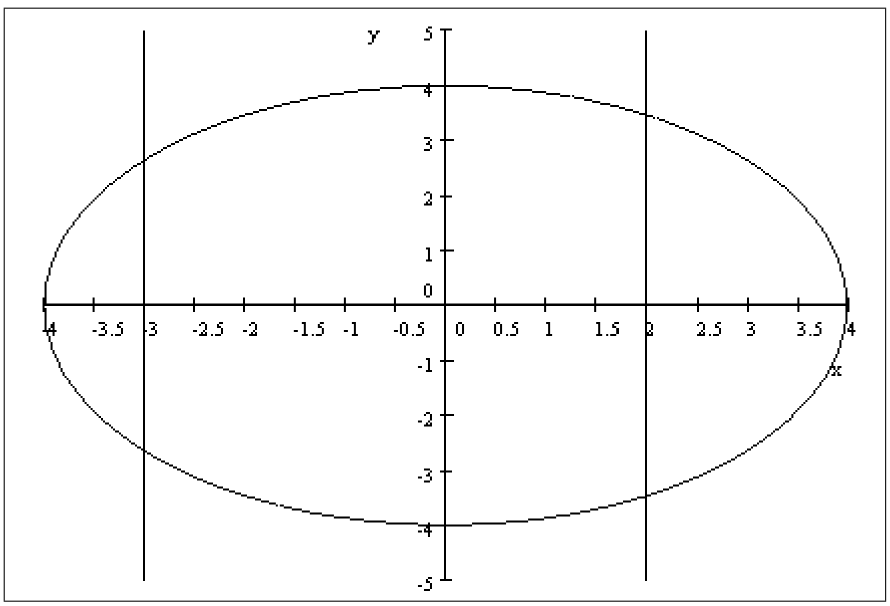
2. $|2-|x+3|| < 1 \Longrightarrow -1 < 2-|x+3| < 1 \Longrightarrow -3 < -|x+3| < -1 \Longrightarrow 1 < |x+3| < 3 \Longrightarrow x \in (-6,-4) \cup (-2,0)\,.$

3. $\dfrac{4-x}{x-5} > \dfrac{1}{1-x} \Longrightarrow \dfrac{4-x}{x-5} - \dfrac{1}{1-x} > 0 \Longrightarrow \dfrac{(4-x)(1-x)-(x-5)}{(x-5)(1-x)} > 0 \Longrightarrow \dfrac{(x-3)^2}{(x-5)(1-x)} > 0 \Longrightarrow x \in (1,5)$ y $x \neq 3 \Longrightarrow x \in (1,3) \cup (3,5)$

4. $\dfrac{1}{z} - \dfrac{1}{2z} - \dfrac{1}{5z} = \dfrac{10}{z+1} \Longrightarrow \dfrac{3}{10z} = \dfrac{10}{z+1} \Longrightarrow 3z+3 = 100z \Longrightarrow 97z = 3 \Longrightarrow z = \dfrac{3}{97}.$

5. $4x^2+kx+25=0$. Discriminante $k^2-400=0 \Longrightarrow k=20, k=-20;$

6. $x^2+y^2=16$



7. $\sqrt{\dfrac{x^2-5x-14}{x^2-9}} = \sqrt{\dfrac{(x+2)(x-7)}{x^2-9}} \Longrightarrow D_f = \mathbb{R}$