

Introducción a las Matemáticas Superiores
Segundo Examen Departamental
25 Mayo 2006

1. **(1.5 Puntos)** Obtenga $(f \circ g)(x)$ si $f(x) = \begin{cases} -x & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{1}{x^2} & \text{si } x > 0 \end{cases}$ y $g(x) = \begin{cases} \sqrt{-x} & \text{si } x \leq 0 \\ -x^3 & \text{si } x > 0 \end{cases}$

2. Sea

$$f(x) = \frac{3x - 5}{x - 2}$$

- a) **(1 Punto)** Pruebe que f es inyectiva.
b) **(1 Punto)** Calcule explícitamente la regla de f^{-1}
3. **(1.5 Puntos)** Encuentre todas las raíces del siguiente polinomio $P(x) = x^4 + x^3 + 7x^2 + 9x - 18$.
4. Sea la siguiente función racional

$$f(x) = \frac{2x^3 + 2x}{x^2 - 1}$$

- a) **(0.75 Puntos)** Determine el dominio de f y sus cruces con los ejes.
b) **(0.75 Puntos)** Determine las asíntotas horizontales, verticales e inclinadas.
c) **(0.5 Puntos)** Grafique f .
5. Determine los valores de A , a y b tal que la función

$$f(x) = A \cos(ax + \frac{\pi}{2}) + b$$

- a) **(0.5 Puntos)** Tenga un periodo de 3π .
b) **(0.5 Puntos)** Su rango sea de $[-1, 3]$.

6. Resuelva las siguientes desigualdades

- a) **(1 Punto)**

$$\frac{(3-x)(2x-8)}{(1-x)(x+2)} \leq 0$$

- b) **(1 Punto)**

$$\left| \frac{2-5x}{4} \right| > 3$$

Total: 10 Puntos.