



# EXAMEN DEPARTAMENTAL DE INTRODUCCIÓN A LAS MATEMÁTICAS SUPERIORES

4 de abril de 2005

Nombre: \_\_\_\_\_ Clave: \_\_\_\_\_

## Tipo A

1. Convierte a la forma  $\frac{a}{b}$  el número  $34.56\overline{356}$  ..... 1 punto.

2. Determina para qué valores de  $a$  se cumple la desigualdad  $1 < \frac{3a+10}{a+7} < 2$  ..... 1 punto.

3. Encuentra las raíces de la ecuación ..... 1 punto.

$$\frac{5}{y+2} + \frac{9}{2y+3} = 2$$

4. Determina el conjunto solución de  $8x^{5/2} - 6x^{3/2} - 9x^{1/2} = 0$  ..... 1.5 puntos.

5. Dibuja el siguiente subconjunto de  $\mathbb{R}^2$  : ..... 1.5 puntos

$$W = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y - x < 2, x^2 + 4x + y^2 < 0\}$$

6. Resuelve las desigualdades

a.  $5x^2 + 3x \geq 3x^2 + 2$  ..... b)  $3 - |2x + 4| \leq 12$  puntos.

Calcula el área del triángulo formado por las desigualdades  $y \leq 4x - 3$  ;  $y \leq 12 - x$  ;  $y \geq 0$  ...

..... 1 punto.

7. Escoge solo una de las siguientes preguntas: ..... 1 punto.

a. Determina el dominio de la función  $g(x) = \frac{\sqrt{x}}{2x^2 + x - 1}$

b. Considera la ecuación de la circunferencia

$$x^2 + y^2 - 6y - 16 = 0$$

i. Encuentra las coordenadas del centro y el radio.

ii. Obtén la ecuación de la recta tangente a la circunferencia en  $P = (3, -1)$

1. Convierte a la forma  $\frac{a}{b}$  el número  $34.56\overline{356}$

$$x = .56\overline{356} \rightarrow 1000x = 563.56\overline{356} \rightarrow 999x = 563 \rightarrow x = \frac{563}{999}$$

$$\text{Por lo que } 34.56\overline{356} = 34 + \frac{563}{999} = \frac{34529}{999}$$

Sol  $34.56\overline{356} = \frac{34529}{999}$  ..... 1 punto.

2. Determina para qué valores de  $a$  se cumple la desigualdad  $1 < \frac{3a + 10}{a + 7} < 2$

Si  $a + 7 > 0$ , entonces  $a + 7 < 3a + 10 < 2a + 14 \rightarrow 7 < 2a + 10 < a + 14 \rightarrow -3 < 2a < a + 4$   
 $\frac{-3}{2} < a$  y  $a < 4$ . Sol  $(-3/2, 4)$  ..... 1 punto

3. Encuentra las raíces de la ecuación ..... 1 punto.

$$\frac{5}{y+2} + \frac{9}{2y+3} = 2$$

$$y \neq -2, y \neq \frac{-3}{2}. \rightarrow 5 * (2 * y + 3) + 9(y + 2) = 2 * (y + 2) * (2 * y + 3) = 19y + 33 = 14y + 4y^2 + 12, 4y^2 - 5y - 21 = 0, \text{ Por lo que las soluciones son: } -\frac{7}{4}, 3$$

4. Determina el conjunto solución de  $8x^{5/2} - 6x^{3/2} - 9x^{1/2} = 0$        $x > 0$ .

$$8x^{5/2} - 6x^{3/2} - 9x^{1/2} = \sqrt{x} (8x^2 - 6x - 9) = \sqrt{x} (4x + 3)(2x - 3) = 0 \rightarrow x = 0 \text{ or } x = \frac{3}{2}$$

$$x = \frac{-3}{4} \text{ no es posible}$$

las soluciones son  $x = 0$  y  $x = \frac{3}{2}$  ..... 1.5, Solution is:  $\frac{3}{2}, 0$  puntos.

5. Dibuja el siguiente subconjunto de  $\mathbb{R}^2$  : ..... 1.5 puntos

$$W = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y - x < 2, x^2 + 4x + y^2 < 0\}$$

- ## 6. Resuelve las desigualdades

a.  $5x^2 + 3x \geq 3x^2 + 2$

b)  $3 - |2x + 4| \leq 12$  puntos.

Calcula el área del triángulo formado por las desigualdades  $y \leq 4x - 3$ ;  $y \leq 12 - x$ ;  $y \geq 0$  . . .

..... 1 punto.

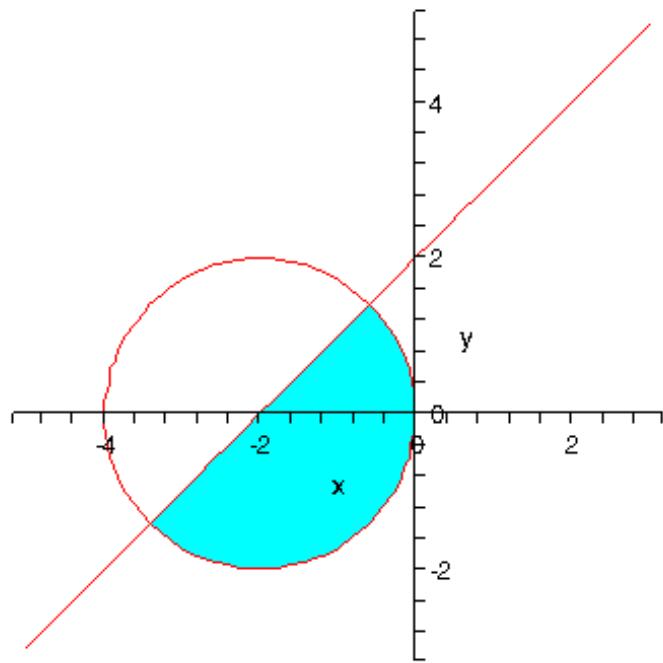
7. Escoge solo una de las siguientes preguntas: ..... 1 punto.

a. Determina el dominio de la función  $g(x) = \frac{\sqrt{x}}{2x^2 + x - 1}$

- b. Considera la ecuación de la circunferencia

$$x^2 - y^2 - 6y - 16 = 0$$

- i. Encuentra las coordenadas del centro y el radio.



- ii. Obtén la ecuación de la recta tangente a la circunferencia en  $P = (3, -1)$