

EXAMEN DEPARTAMENTAL DE INTRODUCCIÓN A LAS MATEMÁTICAS SUPERIORES

4 de abril de 2005

Nombre: _____ Clave: _____

Tipo A

1. Convierte a la forma $\frac{a}{b}$ el número $34.56\overline{356}$ 1 punto.

2. Determina para qué valores de a se cumple la desigualdad $1 < \frac{3a+10}{a+7} < 2$ 1 punto.

3. Encuentra las raíces de la ecuación 1 punto.

$$\frac{5}{y+2} + \frac{9}{2y+3} = 2$$

.....

4. Determina el conjunto solución de $8x^{5/2} - 6x^{3/2} - 9x^{1/2} = 0$ 1.5 puntos.

5. Dibuja el siguiente subconjunto de \mathbb{R}^2 : 1.5 puntos

$$W = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y - x < 2, x^2 + 4x + y^2 < 0\}$$

6. Resuelve las desigualdades

a. $5x^2 + 3x \geq 3x^2 + 2$

b) $3 - |2x + 4| \leq 12$ puntos.

Calcula el área del triángulo formado por las desigualdades $y \leq 4x - 3$; $y \leq 12 - x$; $y \geq 0$...

..... 1 punto.

7. Escoge solo una de las siguientes preguntas: 1 punto.

a. Determina el dominio de la función $g(x) = \frac{\sqrt{x}}{2x^2 + x - 1}$

b. Considera la ecuación de la circunferencia

$$x^2 + y^2 - 6y - 16 = 0$$

i. Encuentra las coordenadas del centro y el radio.

ii. Obtén la ecuación de la recta tangente a la circunferencia en $P = (3, -1)$

1. Convierte a la forma $\frac{a}{b}$ el número $34.56\overline{356}$

$$x = .56\overline{356} \rightarrow 1000x = 563.56\overline{356} \rightarrow 999x = 563 \rightarrow x = \frac{563}{999}$$

$$\text{Por lo que } 34.56\overline{356} = 34 + \frac{563}{999} = \frac{34\,529}{999}$$

$$\text{Sol } 34.56\overline{356} = \frac{34529}{999} \dots\dots\dots 1 \text{ punto.}$$

2. Determina para qué valores de a se cumple la desigualdad $1 < \frac{3a+10}{a+7} < 2$

$$\text{Si } a+7 > 0, \text{ entonces } a+7 < 3a+10 < 2a+14 \rightarrow 7 < 2a+10 < a+14 \rightarrow -3 < 2a < a+4$$

$$\frac{-3}{2} < a \text{ y } a < 4. \text{ Sol } (-3/2, 4) \dots\dots\dots 1 \text{ punto.}$$

3. Encuentra las raíces de la ecuación $\dots\dots\dots 1 \text{ punto.}$

$$\frac{5}{y+2} + \frac{9}{2y+3} = 2$$

$$y \neq -2, y \neq \frac{-3}{2} \rightarrow 5 * (2 * y + 3) + 9 (y + 2) = 2 * (y + 2) * (2 * y + 3) = 19y + 33 =$$

$$14y + 4y^2 + 12, 4y^2 - 5y - 21 = 0, \text{ Por lo que las soluciones son: } : -\frac{7}{4}, 3$$

$$\dots\dots\dots$$

4. Determina el conjunto solución de $8x^{5/2} - 6x^{3/2} - 9x^{1/2} = 0 \quad x > 0$.

$$8x^{5/2} - 6x^{3/2} - 9x^{1/2} = \sqrt{x} (8x^2 - 6x - 9) = \sqrt{x} (4x + 3) (2x - 3) = 0 \rightarrow x = 0 \text{ o } x = \frac{3}{2}$$

$$x = \frac{-3}{4} \text{ no es posible}$$

$$\text{las soluciones son } x = 0 \text{ y } x = \frac{3}{2} \dots\dots\dots 1.5, \text{ Solution is: } \frac{3}{2}, 0 \text{ puntos.}$$

5. Dibuja el siguiente subconjunto de \mathbb{R}^2 : $\dots\dots\dots 1.5 \text{ puntos}$

$$W = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y - x < 2, x^2 + 4x + y^2 < 0\}$$

6. Resuelve las desigualdades

a. $5x^2 + 3x \geq 3x^2 + 2$ b) $3 - |2x + 4| \leq 12$ puntos.

Calcula el área del triángulo formado por las desigualdades $y \leq 4x - 3$; $y \leq 12 - x$; $y \geq 0 \dots$

$$\dots\dots\dots 1 \text{ punto.}$$

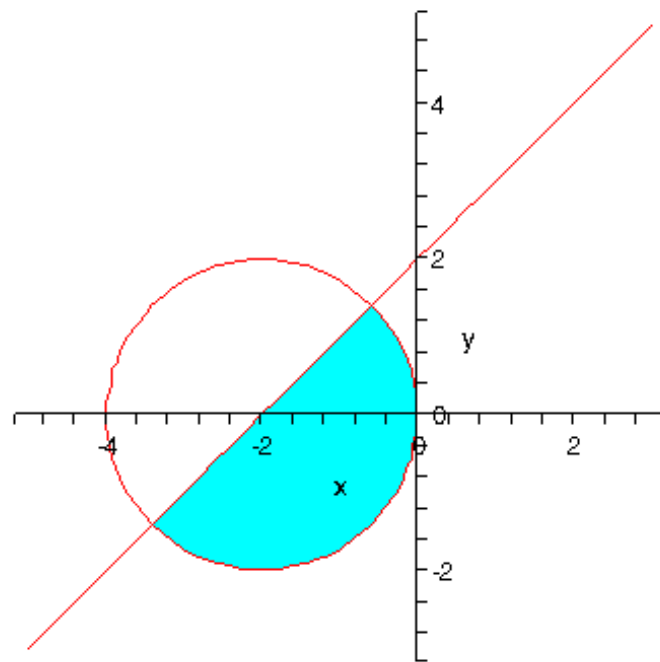
7. Escoge solo una de las siguientes preguntas: $\dots\dots\dots 1 \text{ punto.}$

a. Determina el dominio de la función $g(x) = \frac{\sqrt{x}}{2x^2 + x - 1}$

- b. Considera la ecuación de la circunferencia

$$x^2 - y^2 - 6y - 16 = 0$$

- i. Encuentra las coordenadas del centro y el radio.



- ii. Obtén la ecuación de la recta tangente a la circunferencia en $P = (3, -1)$