

# EXAMEN FINAL DE INTRODUCCIÓN A LAS MATEMÁTICAS SUPERIORES

1 de junio de 2007

2.5inName: \_\_\_\_\_

1. Resuelve las desigualdades:

a)  $\frac{1}{2} \geq \left| \frac{x^2 + 2x - 3}{x + 3} \right|$  ..... 1.5 puntos.

b)  $|2x + 7| < 2 - |x - 1|$

2. Determina el conjunto solución de cada ecuación:

a)  $|x + 5| = x + 5$  ..... 1 punto.

b)  $\sqrt{x - 2} = -2 + \sqrt{2x + 3}$

3. Encuentra todos los valores de  $k$  para los cuales la ecuación  $kx^2 + kx - 1 = 0$  no tenga soluciones reales. (Considera  $k \neq 0$ ).

..... 1 punto.

4. Encuentra el dominio de la función:

$$f(x) = \frac{\sqrt{x - 2}}{9 - x^2}$$
 ..... 1.5 puntos.

5. Determina las coordenadas del centro y el radio de la circunferencia para la cual el segmento  $\overline{AB}$  es un diámetro, si  $A = (-7, 29)$  y  $B = (5, 24)$ .

..... 1 punto.

6. Si  $f(x) = \begin{cases} -2x & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{-1}{x^2} & \text{si } x > 0 \end{cases}$  y  $g(x) = \begin{cases} \sqrt{-x} & \text{si } x < 0 \\ -x^2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$ ,

calcula la regla de correspondencia de la función  $g \circ f$ .

..... 1 punto.

7. Sea  $f(x) = \frac{3x - 2}{x - 2}$ .
- Prueba que  $f$  es una función inyectiva.
  - Encuentra la imagen de la función  $f$ .
  - Encuentra la regla de correspondencia para la función inversa de  $f$ .
- ..... 1.5 puntos.
8. Determina la regla de correspondencia de una función racional con asíntotas verticales en  $x = 5$  y  $x = -2$ , intersecciones con el eje  $x$  en  $(-3, 0)$  y  $(0, 0)$  y una asíntota horizontal en  $y = 2$ .
- ..... 1.5 puntos.