

EXAMEN A TÍTULO DE INTRODUCCIÓN A LAS MATEMÁTICAS SUPERIORES

30 de Enero de 2007

Nombre: _____ Clave: _____

1. Resuelve las desigualdades:

a)
$$\left| \frac{1}{\frac{x^2 + 2x - 3}{x + 3}} \right| \geq 2.$$
 1.5 puntos.

b)
$$|2x + 7| < 2 - |x - 1|.$$

2. Determina el conjunto solución de cada ecuación:

a)
$$|x + 5| = x + 5$$
 1 punto.

b)
$$\sqrt{x - 2} = -2 + \sqrt{2x + 3}$$

3. Encuentra todos los valores de k para los cuales la ecuación $kx^2 + kx - 1 = 0$ no tenga soluciones reales. (Considera $k \neq 0$).

..... 1 punto.

4. Encuentra el dominio de la función:

$$f(x) = \sqrt{\frac{\sqrt{x - 2}}{9 - x^2}}$$
 1.5 puntos.

5. Determina las coordenadas del centro y el radio de la circunferencia para la cual el segmento \overline{AB} es un diámetro, si $A = (-7, 29)$ y $B = (5, 24)$.

..... 1 punto.

6. Si $f(x) = \begin{cases} -2x & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{-1}{x^2} & \text{si } x > 0 \end{cases}$ y $g(x) = \begin{cases} \sqrt{-x} & \text{si } x < 0 \\ -x^2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$,

calcula la regla de correspondencia de la función $g \circ f$.

..... 1 punto.

7. Sea $f(x) = \frac{3x - 2}{x - 2}$.
- Prueba que f es una función inyectiva.
 - Encuentra la imagen de la función f .
 - Encuentra la regla de correspondencia para la función inversa de f .
- 1.5 puntos.
8. Determina la regla de correspondencia de una función racional con asíntotas verticales en $x = 5$ y $x = -2$, intersecciones con el eje x en $(-3, 0)$ y $(0, 0)$ y una asíntota horizontal en $y = 2$.
- 1.5 puntos.