

## Introducción a la Matemática Superior

Examen Departamental Final. Sábado 15 Diciembre 2001  
Duración 2 Horas

Nombre: \_\_\_\_\_ Clave Única: \_\_\_\_\_

1. Resuelve:
  - a)  $|x+3|-2| < 1$  (1 PUNTO)
  - b)  $x^{1/2} - 3x^{3/2} + 2x^{5/2} = 0$  (1 PUNTO)
2. Sea  $A = (17, 13)$  y  $B = (-7, 3)$ . Determina la ecuación de la circunferencia para la cual  $\overline{AB}$  es un diámetro, así como el radio y su centro. (1.5 PUNTOS)
3. Prueba que  $f(x) = 3 - \sqrt[3]{x-3}$  es inyectiva y determina  $f^{-1}$  (1 PUNTO)
4. Determina el polinomio cúbico cuya gráfica cruza al eje X en  $-1, 2$  y  $3$  y corta al eje Y en  $6$ . (1 PUNTO)
5. Sea  $f(x) = \frac{x^4 - 3x^2 - 4}{x(x^2 - 1)}$ . Determina las intersecciones con los ejes y todas las asíntotas. (1.5 PUNTOS)
6. a) Determina la amplitud, el período y corrimiento de fase de:  
$$y = \frac{2}{3} \cos\left(2x + \frac{2\pi}{3}\right)$$
 (1 PUNTO)  
b) Supón que  $\theta \in (0, \pi/2)$  es tal que  $\sin(\theta) = \frac{3}{5}$ . Prueba que  $\cot(\theta) = \frac{4}{3}$  (1 PUNTO)
7. Prueba la siguiente identidad:  
$$\frac{\tan(x) + \tan(y)}{\cot(x) + \cot(y)} = \tan(x)\tan(y).$$
 (1 PUNTO)

**TOTAL = 10 PUNTOS**