
NOMBRE Y CLAVE ÚNICA

Introducción a la Matemática Superior
Examen Final
TIPO "A"

1	2	3	4	5	6	7	8	9	T

Sábado 20 de Diciembre del 2003
(Duración 2 Horas)

1. Determina el valor de A y el B para que:

$Bx^2 + By^2 - 16x + 12y + A = 0$ sea la ecuación de la circunferencia con centro en $C = (4, -3)$ y tenga radio $r = 7$. (1 PUNTOS)

2. Determina el dominio de $g \circ f$ si $f(x) = \frac{1}{x^2 - 6x + 8}$ y $g(x) = \sqrt{1+x}$. (1 PUNTO)

3. Sea $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ $\left(x \neq -\frac{d}{c} \right)$. Prueba que f es una función inyectiva si $ad - bc \neq 0$. (1 PUNTO)

4. Determina todos los valores de a para que $p(x) = ax^3 + x^2 + a^2x + 3a^2 + 11$ sea divisible por $x+2$. (1 PUNTO)

5. Construye una función racional que pasa por los puntos $P_0 = (0,0)$ y $P_1 = (-2,0)$, que tiene una asíntota vertical en $(x = 2)$ y tiene una asíntota oblicua: $y = 2x + 8$. (1 PUNTO)
6. Supón que $\theta \in (0, \pi/2)$ es tal que $\tan(\theta) = \frac{12}{5}$. Determina el valor exacto de $\cos(2\theta)$ y de $\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$. (1.5 PUNTOS)
7. Obtén todos los valores de θ que satisfacen: $\sin(\theta) + \cos(\theta) = -\sqrt{2}$ (1.5 PUNTOS)
8. Determina el valor exacto de: $\sin(13^\circ)\cos(47^\circ) + \sin(47^\circ)\cos(13^\circ)$ (1 PUNTO)
9. Calcula exactamente el área sombreada si el radio del círculo es $r = 1$ y $\theta = \frac{\pi}{4}$. (1 PUNTO)

NOTA: Justifica tus respuestas y no uses decimales.

(TOTAL - 10 PUNTOS)