

# *Instituto Tecnológico Autónomo de México*

NOMBRE Y CLAVE ÚNICA

## *Introducción a la Matemática Superior* *Examen Final* *TIPO "B"*

1	2	3	4	5	6	7	8	9	T

*Sábado 20 de Diciembre del 2003*  
*(Duración 2 Horas)*

1. Determina el valor de  $A$  y el  $B$  para que:

$Ax^2 + Ay^2 - 12x + 16y + B = 0$  sea la ecuación de la circunferencia con centro en  $C = (3, -4)$  y tenga radio  $r = 7$ .  
(1 PUNTOS)

2. Determina el dominio de  $g \circ f$  si  $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4x + 3}$  y  $g(x) = \sqrt{1+x}$ .  
(1 PUNTO)

3. Sea  $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$   $\left(x \neq -\frac{d}{c}\right)$ . Prueba que  $f$  es una función inyectiva si  $ad - bc \neq 0$ .  
(1 PUNTO)

4. Determina todos los valores de  $a$  para que  $p(x) = ax^3 - x^2 + a^2x + 3a^2 + 16$  sea divisible por  $x + 2$ .  
(1 PUNTO)

5. Construye una función racional que pasa por los puntos  $P_0 = (0,0)$  y  $P_1 = (2,0)$ , que tiene una asíntota vertical en  $(x = -2)$  y tiene una asíntota oblicua:  $y = 2x - 8$ .  
(1 PUNTO)
6. Supón que  $\theta \in (0, \pi/2)$  es tal que  $\tan(\theta) = \frac{4}{3}$ . Determina el valor exacto de  $\cos(2\theta)$  y de  $\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$ .  
(1.5 PUNTOS)
7. Obtén todos los valores de  $\theta$  que satisfacen:  $\sin(\theta) - \cos(\theta) = \sqrt{2}$   
(1.5 PUNTOS)
8. Determina el valor exacto de:  $\sin(29^\circ)\cos(31^\circ) + \sin(31^\circ)\cos(29^\circ)$   
(1 PUNTO)
9. Calcula exactamente el área sombreada si el radio del círculo es  $r = 1$  y  $\theta = \frac{\pi}{6}$ .

(1 PUNTO)

*NOTA: Justifica tus respuestas y no uses decimales.*

(TOTAL - 10 PUNTOS)