

Instituto Tecnológico Autónomo de México
Departamento de Matemáticas
Guía de Examen Departamental Parte 2
Introducción a las Matemáticas Superiores
Enero de 2001.

1. Dadas cada una de las siguientes funciones traza la gráfica y calcula el dominio:

(a) $f(x) = x^3 - 27$

(b) $f(x) = (x - 2)(x + 4)(x + 1)(x - 5)$

(c) $f(x) = 4 \sin(x)$

(d) $f(x) = \cos\left(\frac{1}{2}x\right)$

(e) $f(x) = \arctan(2x)$

(f) $f(x) = \log(x - 2) + \log(x + 2)$

(g) $f(x) = \sqrt{\frac{(x - 3)(x + 4)}{x - 1}}$

(h) $f(x) = \ln\left(\frac{x - 1}{x + 1}\right)$

(i) $f(x) = \log_{1/3}(x^2 - 4) - \log_{1/3}(x - 2)$

(j) $f(x) = \frac{2x^2 - 2x - 4}{x^2 + x - 12}$

(k) $f(x) = \frac{2}{(x + 1)^2}$

(l) $f(x) = \frac{x^3 - 8}{2x^2}$

(m) $f(x) = |3 - x^2|$

(n) $f(x) = \lfloor 4x - 1 \rfloor$

(o) $f(x) = x + \sin(x)$

(p) $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$

2. Para cada una de las funciones anteriores determina los intervalos donde la función es:

(a) Creciente o decreciente.

(b) Positiva o negativa.

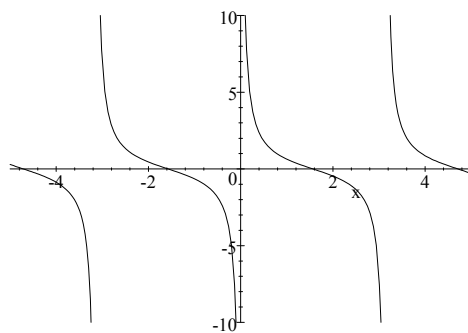
3. Para cada una de las funciones del problema 1 determina si la función es:

(a) Par o impar o ninguna de las dos.

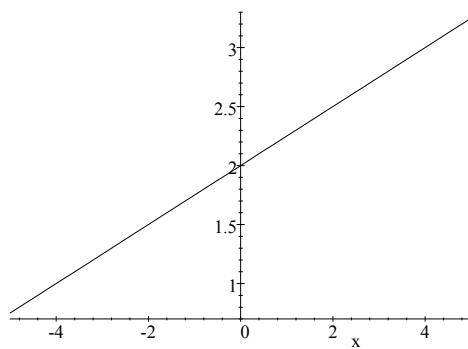
(b) Inyectiva o no inyectiva.

4. Dadas las gráficas de las siguientes funciones, si es necesario, redefine el dominio para trazar la función inversa y escribir la regla:

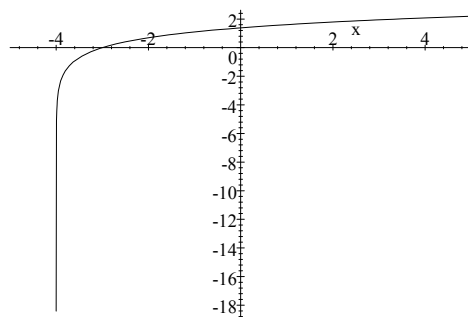
(a) $\cot(x)$



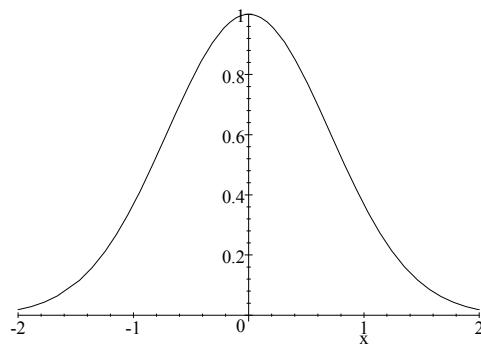
(b) $\frac{1}{4}x + 2$



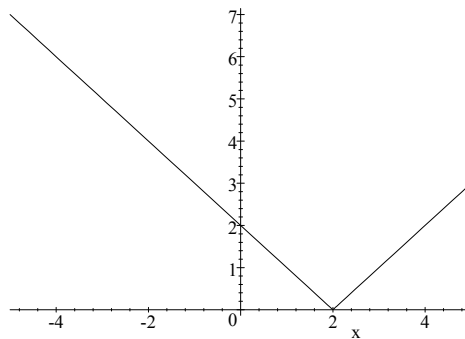
(c) $\log(x + 4)$



(d) $\exp(-x^2)$



(e) $|x - 2|$



5. Considerando que $x, x^2, x^3, \dots, x^n, \sin(x), \cos(x), \tan(x), \sec(x), \csc(x), \cot(x), |x|, \lfloor x \rfloor, \sqrt{x}, \log(x), e^x$ y constante escribe las siguientes funciones como una composición de estas y calcula el dominio:

(a) $f(x) = \sqrt{x+2}$

(b) $f(x) = \ln(|x+1|)$

(c) $f(x) = \cos(x^3 - 2x^2 + 4)$

(d) $f(x) = e^{x^3+1}$

(e) $f(x) = \sqrt{\frac{x^2+1}{x-1}}$

(f) $f(x) = \ln\left(\frac{1}{x}\right)$

6. Grafica las siguientes funciones y determina su dominio.

(a) $f(x) = \begin{cases} 3x-6, & \text{si } x \leq 2 \\ x^2+4, & \text{si } x > 2 \end{cases}$

(b) $f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{si } x < -1 \\ x^4+x, & \text{si } -1 \leq x \leq 4 \\ \ln(x+2), & \text{si } x > 4 \end{cases}$

7. Con las gráficas de las funciones resuelve las siguientes desigualdades y expresa la solución con intervalos:

(a) $2 \leq |x-4| \leq 8$

(b) $\left| \frac{2-5x}{4} \right| > 3$

(c) $|4x+5| < 9$

(d) $8 \leq -3x+7 \leq 16$

(e) $\frac{2}{3x+2} \leq \frac{1}{x-3}$

(f) $-4x^2+17x+15 \leq 0$

(g) $x^4+3x^2 < 4$

(h) $\frac{(3-x)(2x-8)}{(1-x)(x+2)} \leq 0$

(i) $2 < |2x+1| < 6$

(j) $2x^2 < 1-x$

(k) $\frac{-3x+8}{8x+5} \leq 0$

(l) $\frac{x^2+1}{2x+1} < 0$

- (m) $\frac{x+2}{x^2-3x+2} > 0$
- (n) $x^3 + 4x^2 - x - 4 > 0$ en el intervalo $[-5, 2]$
- (o) $\left| \frac{\frac{4}{5} + x}{x-1} \right| \leq 10$

8. Resuelve los siguientes problemas

- (a) Definimos $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$. Si $f(x_0) = 4$ entonces calcula x_0 . Grafica $f(x)$.
- (b) Calcula x de la ecuación $\ln(x^2 + 16) - \ln(x - 4) = 8 + \ln(x + 4)$
- (c) Calcula la energía liberada E (en ergios) de dos sismos, uno de intensidad $R = 8.4$ y otro de $R = 7.5$ si la ecuación es $\log E = 11.4 + (1.5) R$. Traza la gráfica de $\log E$ en el eje Y contra R en el eje X . ¿Cómo es la gráfica E contra R ?
- (d) Si $f(2) = 6$ y $g(6) = 10$ entonces calcula $(g \circ f^{-1})(6)$.
- (e) Resuelve las siguientes igualdades sin calculadora:
- $11^{2x+6} = \frac{1}{121}$
 - $\log x^2 = \log(8 - x)$