

Hecho I: La matriz identidad es el elemento neutral del producto.

Vimos que la multiplicación de matrices no es conmutativa.

Por eso, la identidad del lado izquierdo puede ser (por su dimensión) distinta del lado derecho.

Lema 2.1. Sea $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ una matriz (de tamaño $m \times n$). Entonces, la matriz identidad (por la izquierda) es $I_m \in \mathbb{R}^{m \times m}$ y la matriz identidad (por la derecha) es $I_n \in \mathbb{R}^{n \times n}$ puesto que se cumplen las siguientes identidades:

$$I_m A = A = A I_n.$$

Demostración. Usar la definición 2.1 (del producto de matrices).

Haremos uso de la propiedad $I\vec{x} = \vec{x}$.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} I_m \cdot A &= \left[I_m \cdot A_{:,1} \mid I_m \cdot A_{:,2} \mid \dots \mid I_m \cdot A_{:,n} \right] \\ &= \left[A_{:,1} \mid A_{:,2} \mid \dots \mid A_{:,n} \right] = A \end{aligned}$$

Def. 2.1

$$I_n = \left[\vec{e}_1 \mid \vec{e}_2 \mid \dots \mid \vec{e}_n \right] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & & 0 \\ 0 & 1 & & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} A I_n &= \left[A \vec{e}_1 \mid A \vec{e}_2 \mid \dots \mid A \vec{e}_n \right] \\ &= \left[A_{:,1} \mid A_{:,2} \mid \dots \mid A_{:,n} \right] = A \end{aligned}$$



Hecho II: Leyes distributivas

Teorema 2.2. Sea A una matriz de tamaño $m \times n$, y sean B, C matrices con tamaños adecuados para que las sumas y productos (que aparecen abajo) están definidos. Entonces, se cumplen las siguientes propiedades:

i) $A(B + C) = AB + AC$

(Ley distributiva por la derecha)

ii) $(B + C)A = BA + CA$

(Ley distributiva por la izquierda)

Motivación: El lado izquierdo de esas igualdades requiere un producto matricial menos.

Para convencerte, calcula los dos lados para las siguientes matrices:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & -2 & 1 \\ 2 & 4 & -3 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & -2 \\ -2 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

y cuenta los productos puntos que hiciste de ambos lados:

$A(B + C) =$ $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 6 \\ 3 & -1 & -1 \\ 0 & 8 & -2 \end{pmatrix}$ $= \begin{pmatrix} 8 & 23 & -2 \\ 3 & 7 & -3 \\ 16 & 6 & 6 \end{pmatrix}$	$AB + AC =$ $\begin{pmatrix} 7 & 7 & -4 \\ 2 & 2 & -2 \\ 4 & -6 & 7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 16 & 2 \\ 1 & 5 & -1 \\ 12 & 12 & -1 \end{pmatrix}$ $= \begin{pmatrix} 8 & 23 & -2 \\ 3 & 7 & -3 \\ 16 & 6 & 6 \end{pmatrix}$
---	---

Ejercicio: para i) demuestre el caso especial: $A(\vec{u} + \vec{v}) = A\vec{u} + A\vec{v}$.

Ayuda: ver páginas 35–36.

Ejemplo: para ii) demuestre el caso especial: $(B + C)\vec{u} = B\vec{u} + C\vec{u}$.

Usamos la definición de combinaciones lineales y propiedades de sumas de vectores:

Def. combin. lineal

$$(B+C)\vec{u} \stackrel{\text{Def. combin. lineal}}{=} u_1 (B_{:1} + C_{:1}) + u_2 (B_{:2} + C_{:2}) + \dots + u_n (B_{:n} + C_{:n})$$

hacer
entr. por
entrada

$$= u_1 B_{:1} + u_1 C_{:1} + u_2 B_{:2} + u_2 C_{:2} + \dots + u_n B_{:n} + u_n C_{:n}$$

suma de
vect. es
commut. y
asociativa

$$= (u_1 B_{:1} + u_2 B_{:2} + \dots + u_n B_{:n}) + (u_1 C_{:1} + \dots + u_n C_{:n})$$

$$= B\vec{u} + C\vec{u}$$

Def. combin. lineal.

Demostración del teorema 2.2. En general, para tener la suma $B + C$ definida B & C deben tener el mismo número de columnas y renglones.

Primero, mostramos i). La “regla de oro” del producto $A(B + C)$ pide que B, C tienen n renglones, ya que A tiene n columnas. En conclusión, B & C son de tamaño $n \times p$ donde p es su número de columnas. Para deducir la igualdad re-usamos la propiedad $A(\vec{u} + \vec{v}) = A\vec{u} + A\vec{v}$ y la definición 2.1:

$$AB + AC = [AB_{:1} \mid AB_{:2} \mid \dots \mid AB_{:p}] + [AC_{:1} \mid AC_{:2} \mid \dots \mid AC_{:p}]$$

Suma de
matrices.

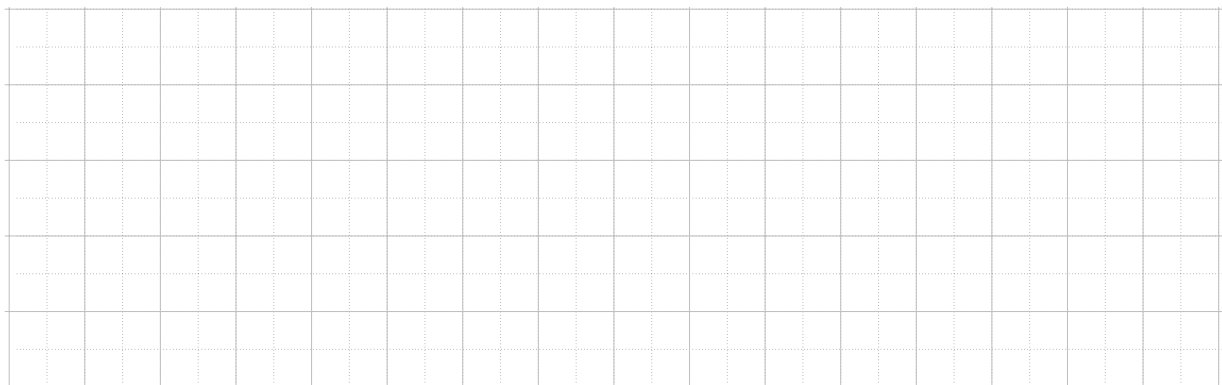
$$= [AB_{:1} + AC_{:1} \mid AB_{:2} + AC_{:2} \mid \dots \mid AB_{:p} + AC_{:p}]$$

$$= [A(B_{:1} + C_{:1}) \mid A(B_{:2} + C_{:2}) \mid \dots \mid A(B_{:p} + C_{:p})] = A(B + C).$$

$$A(u+v) = Au + Av$$

Def. 2.1

Ahora, para mostrar ii), debes completar los argumentos usando la “regla de oro” para el producto $(B + C)A$, la igualdad $(B + C)\vec{u} = B\vec{u} + C\vec{u}$ y la definición 2.1:



Eso concluye la demostración.



Hecho III: Leyes asociativas

Teorema 2.3. Sea γ un escalar y sean A, B, C matrices de tamaños adecuados para definir los siguientes productos. Entonces, se cumplen las propiedades:

i) $\gamma(AB) = (\gamma A)B = A(\gamma B)$

(multiplicación por escalar flexible)

ii) $(AB)C = A(BC)$

(Ley asociativa del producto)

Motivación: Usar uno de los dos lados de ii) requiere menos productos puntos y causa matrices temporales más pequeñas, por ejemplo calcula ambos lados de ii) para A, B, C dados por:

$$A = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

$$\begin{aligned} (AB)C &= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 10 \\ 20 \\ 30 \end{pmatrix} \\ A(BC) &= \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot 10 = \begin{pmatrix} 10 \\ 20 \\ 30 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Demostración de i). Se deja como ejercicio.

Ayuda: Empiece con el caso especial $\alpha(A\vec{u}) = (\alpha A)\vec{u} = A(\alpha\vec{u})$ con las técnicas de páginas 35–36. $\square$

Demostración de ii). Paso 1. P.d.: Si $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times p}$ y $\vec{x} \in \mathbb{R}^{p \times 1}$, entonces

$$(AB)\vec{x} = A(B\vec{x}).$$

$$\begin{aligned} (AB)\vec{x} &\stackrel{\text{Def. 2.1}}{=} [AB_{:,1} \mid AB_{:,2} \mid \dots \mid AB_{:,n}] \vec{x} \\ &\stackrel{\text{Combi. lineales}}{=} \underbrace{x_1}_{\in \mathbb{R}} \underbrace{(AB_{:,1})}_{\in \mathbb{R}^{m \times 1}} + x_2 (AB_{:,2}) + \dots + x_n (AB_{:,n}) \\ &\stackrel{\text{Teo. 2.2(i)}}{=} A(x_1 B_{:,1} + x_2 B_{:,2} + \dots + x_n B_{:,n}) \\ &= A(B\vec{x}) \end{aligned}$$

Del combi.

$$\text{lineal} = A(B\vec{x})$$

2.1. Operaciones con matrices

Por la regla de oro para productos de matrices, si $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, entonces $B \in \mathbb{R}^{n \times p}$ y $C \in \mathbb{R}^{p \times q}$. Con esas dimensiones los productos de i) son definidos. Usamos el paso 1 y la definición 2.1 para concluir: $BC = [BC_{[:1]} \ BC_{[:2]} \ \dots \ BC_{[:q]}]$ y

$$\begin{aligned} \text{def. 2.1} \quad A(BC) &= A \begin{bmatrix} BC_{[:1]} & BC_{[:2]} & \dots & BC_{[:q]} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} A(BC_{[:1]}) & A(BC_{[:2]}) & \dots & A(BC_{[:q]}) \end{bmatrix} \\ &\stackrel{\text{paso 1.}}{=} \begin{bmatrix} (AB)C_{[:1]} & (AB)C_{[:2]} & \dots & (AB)C_{[:q]} \end{bmatrix} \\ &= (AB) \begin{bmatrix} C_{[:1]} & C_{[:2]} & \dots & C_{[:q]} \end{bmatrix} = (AB)C. \end{aligned}$$

Con eso hemos demostrado ii). ✎

Ejemplo: Simplifica la expresión: $A(B - C)D + ABD - A(2B + C)D + 2ACD$.

$$\begin{aligned} \text{Teo. 2.2} \\ \text{y 2.3} \quad &= (AB - AC)D + ABD - (2AB + AC)D + 2ACD \\ \text{Teo. 2.3} \quad &= \cancel{ABD} - \cancel{ACD} + \cancel{ABD} - \cancel{2ABD} - \cancel{ACD} + \cancel{2ACD} \\ &= 0 + 0 = 0 \end{aligned}$$

Ejercicio: Usando lema 2.1, teoremas 2.2 y 2.3 demuestre que $\gamma(B + C) = \gamma B + \gamma C$.

Ejercicio: Simplifica la expresión: $A(2B + C) + (2A - B)C + 2A(B - 2C)$.

✎ **Definición.** Dados una matriz cuadrada A y un número natural positivo k definimos

$$A^k = \underbrace{A * A * A * \dots * A}_{k \text{ veces}}.$$

$$e^x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!}$$

✎ **Definición.** Se dice que dos matrices A & B **conmutan** cuando $AB = BA$.

Debido al producto conmutativo $ba = ab$ para $a, b \in \mathbb{R}$, se tiene $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$.

Ejemplo: Demuestra que A & B conmutan si y solo si $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$.

2. Álgebra matricial

Demostración.

" $\Rightarrow$ " suponga que $AB = BA$, entonces,

$$(A+B)(A-B) = (A+B)A - (A+B)B$$

Teo. 2.1

$$\stackrel{\text{Teo. 2.1}}{=} AA + \underbrace{BA - AB}_{=0 \text{ ya que } BA=AB} - BB = A^2 - B^2$$

" $\Leftarrow$ " suponga que $(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$, entonces

$$A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$$

Teo. 2.2

$$\stackrel{\text{Teo. 2.2}}{=} A^2 + BA - AB - B^2$$

$$-A^2 + B^2$$

$$\Leftrightarrow 0 = BA - AB \Leftrightarrow AB = BA$$

2.2. Propiedades de matrices transpuestas

Recordamos las siguientes definiciones:

En página 54 vimos la definición de la transpuesta $A^T \in \mathbb{R}^{n \times m}$ de una matriz $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$.

En página 55 vimos la definición de vectores canónicos $\vec{e}_j$.

Para mostrar las propiedades serán útiles los siguientes productos entre vectores canónicos y una matriz. Si A es una matriz de tamaño $m \times n$ y el vector canónico es

a) $\vec{e}_j \in \mathbb{R}^{n \times 1}$, entonces $A\vec{e}_j \in \mathbb{R}^{m \times 1}$ es la j -ésima columna de A .

b) $\vec{e}_i^T = [0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0] \in \mathbb{R}^{1 \times m}$, entonces $\vec{e}_i^T A \in \mathbb{R}^{1 \times n}$ es el i -ésimo renglón de A .

Ejemplos:

$$\vec{e}_2^T A = (0 \ 1) \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 0 & 5 & -1 \end{pmatrix} = \underline{(0 \ 5 \ -1)}$$

$$\vec{e}_1^T A = (1 \ 0) \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 0 & 5 & -1 \end{pmatrix} = (4 \ 2 \ 1)$$

Propiedades de matrices transpuestas frecuentemente usadas:

Teorema 2.4. Sean A y B matrices cuyos tamaños son tales que las operaciones indicadas están definidas y sea $\gamma \in \mathbb{R}$ un escalar. Entonces

- a) $(A^\top)^\top = A$
- b) $(A + B)^\top = A^\top + B^\top$
- c) $(\gamma A)^\top = \gamma A^\top$
- d) $(AB)^\top = B^\top A^\top$
- e) $(A^k)^\top = (A^\top)^k$ para naturales $k \geq 2$.

Demostración.

Las propiedades a), b) y c) son buenos ejercicios para practicar.

Ahora d). Primero demostramos el caso especial $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ y $\vec{u} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$:

$$(A\vec{u})^\top = \vec{u}^\top A^\top \quad (*)$$

Usamos la definición de combinaciones lineales, b) y c) y teoremas 2.3 y 2.2 para llegar a:

$$\begin{aligned} (A\vec{u})^\top &= (u_1 A_{[1,:]} + u_2 A_{[2,:]} + \dots + u_n A_{[n,:]})^\top \\ &\stackrel{b,c)}{=} u_1 (A_{[1,:]})^\top + u_2 (A_{[2,:]})^\top + \dots + u_n (A_{[n,:]})^\top \\ &= u_1 (\vec{e}_1^\top A^\top) + u_2 (\vec{e}_2^\top A^\top) + \dots + u_n (\vec{e}_n^\top A^\top) \\ &\stackrel{\text{Teo. 2.3}}{=} (u_1 \vec{e}_1^\top) A^\top + (u_2 \vec{e}_2^\top) A^\top + \dots + (u_n \vec{e}_n^\top) A^\top \\ &\stackrel{\text{Teo. 2.2}}{=} (u_1 \vec{e}_1^\top + u_2 \vec{e}_2^\top + \dots + u_n \vec{e}_n^\top) A^\top = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 & \dots & u_n \end{bmatrix} A^\top = \vec{u}^\top A^\top. \end{aligned}$$

$A_{i,:} = A \vec{e}_i$
 $\text{col } i \text{ de } A = \text{renglón } i \text{ de } A^\top$

Para d) en general fijamos $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ & $B \in \mathbb{R}^{n \times p}$, ya que así los productos están definidos. Luego, sabemos que el i -ésimo renglón del producto AB es $\vec{e}_i^\top (AB) = (\vec{e}_i^\top A) B$ por teorema 2.3, es decir, $(AB)_{[i,:]} = A_{[i,:]} B$ y el producto AB puede ser escrito de las dos formas siguientes

$$\begin{bmatrix} AB_{[1,:]} & AB_{[2,:]} & \dots & AB_{[p,:]} \end{bmatrix} = AB = \begin{bmatrix} A_{[1,:]} B \\ A_{[2,:]} B \\ \vdots \\ A_{[m,:]} B \end{bmatrix}.$$

Def. 2.1

Esas igualdades y la definición de la transpuesta dan:

$$(AB)^\top = \begin{bmatrix} AB_{[1,:]} & AB_{[2,:]} & \dots & AB_{[p,:]} \end{bmatrix}^\top = \begin{bmatrix} (AB_{[1,:]})^\top \\ (AB_{[2,:]})^\top \\ \vdots \\ (AB_{[p,:]})^\top \end{bmatrix} \stackrel{(*)}{=} \begin{bmatrix} B_{[1,:]}^\top A^\top \\ B_{[2,:]}^\top A^\top \\ \vdots \\ B_{[p,:]}^\top A^\top \end{bmatrix} = B^\top A^\top.$$

$A^\top: m \times n \quad B^\top: p \times n$

$\begin{pmatrix} A & B \end{pmatrix} = C \quad \begin{matrix} m \times n & n \times p & m \times p \end{matrix}$

$(AB)^\top = C^\top = B^\top A^\top \quad 63$

2. Álgebra matricial

Para demostrar $e)$ usamos algo que se conoce como inducción sobre k empezando con $k = 2$.

Paso Base:

Sea $k = 2$, entonces $(A^2)^\top = (A * A)^\top \stackrel{d)}{=} A^\top * A^\top = (A^\top)^2$, lo cual confirma la igualdad.

Notar que el producto $A * A$ requiere (por la regla de oro) que A es cuadrada.

Hipótesis inductiva:

Supongamos que el resultado se cumple para un $k \geq 2$, es decir, $(A^k)^\top = (A^\top)^k$.

Paso inducción:

Tomando la hipótesis de inducción aumentamos k a $k + 1$:

Empecemos con el lado izquierdo:

$$(A^{k+1})^\top = (A^k * A)^\top \stackrel{d)}{=} A^\top (A^k)^\top = A^\top (A^\top)^k = (A^\top)^{k+1}.$$

Con esto se termina la demostración.

2.3. Matrices especiales

Definición. Una matriz cuadrada es **diagonal** si entradas distinto de cero se encuentran únicamente en su diagonal principal.

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad D = 3I_3 = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Definición. Una matriz A es **triangular inferior** si $(i < j \implies a_{ij} = 0)$.

En palabras: Entradas arriba de la diagonal principal son cero.

Una matriz A es **triangular superior** si $(i > j \implies a_{ij} = 0)$.

En palabras: Entradas abajo de la diagonal principal son cero.

Diagram illustrating triangular matrices. The left matrix shows a lower triangular matrix with elements $a_{11}, a_{21}, a_{22}, \dots, a_{nn}$ and zeros above the diagonal. The right matrix shows an upper triangular matrix with elements $a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1n}, a_{22}, \dots, a_{nn}$ and zeros below the diagonal. Handwritten notes in red and blue explain the conditions for each type of triangle.

Notar que A es triangular inferior si y solo si $A^\top$ es triangular superior.

📌 | **Definición.** Se dice que una matriz A es **simétrica** si $A = A^T$ (alternativa: $A + A^T = 2A$).

Ejemplos:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & 1 & 7 \\ 1 & 3 & 4 \\ 7 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$
 Diag son siempre simétricas

📌 | **Definición.** Se dice que una matriz A es **antisimétrica** si $A = -A^T$ (alternativa: $A + A^T = O$).

7

Ejemplos:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \therefore A^T = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -3 \\ -2 & 0 & 4 \\ 3 & -4 & 0 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \\ -3 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

📌 | Cualquier matriz cuadrada se puede escribir como su parte simétrica y antisimétrica:

$$A = \frac{1}{2}[A + A^T] + \frac{1}{2}[A - A^T]. \quad (2.1)$$

Ejercicio: Demuestre que $A + A^T$ es una matriz simétrica y que $A - A^T$ es antisimétrica.

$$(A + A^T)^T = A^T + (A^T)^T = A^T + A = A + A^T$$
 Teo 2.4b $\quad \quad \quad = A, \text{ Teo. 2.4a}$

2.4. Motivación del siguiente tema

Aún no lo hemos definido, pero hemos visto ejemplos de un concepto común.

Ejemplo 1: El lema 1.2 demuestra que si $A\vec{u} = \vec{0}$ y $A\vec{v} = \vec{0}$ entonces $A(\alpha\vec{u} + \beta\vec{v}) = \vec{0}$ para $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

Ejemplo 2: Si A, B son matrices simétricas, entonces γA es simétrica y $A + B$ es simétrica.

$$\begin{aligned} (A+B)^T &= A^T + B^T = A + B \quad \because (A+B) \text{ es simétrica} \\ &\quad \uparrow \text{Teo. 2.4b} \quad \uparrow A=A^T, B=B^T \\ (\gamma A)^T &= \gamma A^T = \gamma A \quad \because \gamma A \text{ es simétrica} \\ &\quad \uparrow \text{Teo. 2.4c} \quad \uparrow A=A^T \end{aligned}$$

Ejemplo 3: Si A, B son matrices triangulares inferiores, entonces γA es triangular inferior y $A + B$ es triangular inferior.

$$\begin{pmatrix} a_{11} & & & \\ & \ddots & & \\ & & 0 & \\ & a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{11} & & & \\ & \ddots & & \\ & & 0 & \\ & b_{n1} & \dots & b_{nn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}+b_{11} & & & \\ & \ddots & & \\ & & 0 & \\ & a_{n1}+b_{n1} & \dots & a_{nn}+b_{nn} \end{pmatrix}$$

$$\gamma A = \gamma \begin{pmatrix} a_{11} & & & \\ & \ddots & & \\ & & 0 & \\ & a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} \quad (\gamma \cdot 0 = 0)$$

El concepto se conoce como:

cerradura bajo sumas y multiplicaciones por escalar

y es fundamental para definir un espacio vectorial.

En “geometría vectorial” el concepto de vector se asocia con ubicación y desplazamiento.

El próximo tema cambiará nuestra idea de vectores al caso más general: Una vez definido, un *espacio vectorial* será un conjunto de objetos junto con una suma entre ellos y una multiplicación de un objeto por un escalar. Los objetos serán denominados *vectores*, pero podrían ser vectores, matrices, polinomios o funciones continuas.