

Instituto Tecnológico Autónomo de México

Departamento de Matemáticas

Sistemas Dinámicos I (MAT-24210)

Otoño 2026

Tarea 4 (sistemas lineal autonoma)

1. En las siguientes sistemas de ecuaciones diferenciales lineal, determinar la solución general, y en caso de que se pida el solución al problema con dado valor inicial.

(a) $d\mathbf{x}/dt = \begin{pmatrix} 6 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{x}$

(b) $d\mathbf{x}/dt = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{x}$

(c) $d\mathbf{x}/dt = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -5 \end{pmatrix} \mathbf{x}$, $\mathbf{x}(-2) = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

(d) $d\mathbf{x}/dt = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \mathbf{x}$, $\mathbf{x}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

(e) $d\mathbf{x}/dt = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 0 & -1 & -3 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \mathbf{x}$

(f) $d\mathbf{x}/dt = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \mathbf{x}$

(g) $d\mathbf{x}/dt = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{x}$

(h) $d\mathbf{x}/dt = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 3 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{x}$

2. En las siguientes de ecuaciones diferenciales lineal de 2'da orden, determinar la solución general, y en caso de que se pida el solución al problema con dado valor inicial.

(a) $y'' + 2y' - 2y = 0$

(b) $y'' - 2y' + 2y = 0$

(c) $y'' - 9y' + 9y = 0$

(d) $y'' + 8y' - 9y = 0$, $y(1) = 1$, $y'(1) = 0$

(e) $y'' + 4y' + 5y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$

3. Determina los valores de parámetro λ de modo que el siguiente problema con dados valores de frontera:

$$y'' + \lambda y = 0, \quad y(0) = y(\pi/2) = 0$$

admita una solución no idénticamente nula.

4. Determina los valores de parámetro α de modo que cada solución al ecuación diferencial:

$$y'' - (2\alpha - 1)y' + \alpha(\alpha - 1)y = 0$$

tiene límite cero cuando $x \rightarrow \infty$.

5. Sea $y = f_\alpha(x)$ la solución del problema de valor inicial

$$y'' + 2\alpha y' + y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$$

- (a) Determina f_α para cada $\alpha \in \mathbb{R}$.
(b) Encuentra todos los valores de α tales que $\lim_{x \rightarrow \infty} f_\alpha(x) = 0$.
6. Considere los siguientes sistemas que depende por un parametro $\alpha \in \mathbb{R}$, y dibuja los formas de sus soluciones como dependen por el valor de α :

(a) $\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} -1 & \alpha \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{x}$

(b) $\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} \alpha & 10 \\ -1 & -4 \end{pmatrix} \mathbf{x}$.

7. En las siguientes sistemas de ecuaciones diferenciales lineal, determinar la solución general, y en caso de que se pida el solución al problema con dado valor inicial.

(a) $\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{x}$.

(b) $\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 4 \end{pmatrix} \mathbf{x}$, con $\mathbf{x}(0) = \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix}$.

(c) $\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -5 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{x}$, con $\mathbf{x}(0) = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$.

(d) $\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{x}$.

(e) $\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ -3 & 2 & 4 \end{pmatrix} \mathbf{x}$.

(f) $\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} 5 & -3 & -2 \\ 8 & -5 & -4 \\ -4 & 3 & 3 \end{pmatrix} \mathbf{x}$.

8. Sea m una constante positiva. Encuentra la solución particular de

$$y''' - my'' + m^2y' - m^3y = 0$$

sabiendo que se verifican las condiciones iniciales $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$, e, $y''(0) = 1$.

9. Encuentra la solución general al ecuación lineal de 4'ta orden:

$$\frac{d^4y}{dx^4} + 2\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$$

- (a) Que son las soluciones que son acotados mientras $x \rightarrow \infty$? Determina una e.d.o. de 2'da orden que estas soluciones acotados satisfacen.
- (b) Que son las soluciones que satisfacen los condiciones iniciales $y(0) = 0$, $y'(0) = -\frac{1}{3}y'''(0)$? Determina una e.d.o. de 2'da orden que estas soluciones satisfacen.
10. Encuentra una ecuación diferencial lineal de orden 4 con coeficientes constantes tal que las funciones

$$y_1(x) = e^{-2x} \cos(3x), \quad y_2(x) = e^{-2x} \sin(3x), \quad y_3(x) = e^{-2x}, \quad y_4(x) = xe^{-2x}$$

sean sus soluciones.