

## Distribución Uniforme Discreta

- *Función masa de probabilidad:*

$$f(x) = \frac{1}{n}$$

- *Parámetros:*  $x_1, x_2, \dots, x_n$
- *Soporte:*  $x_1, x_2, \dots, x_n$

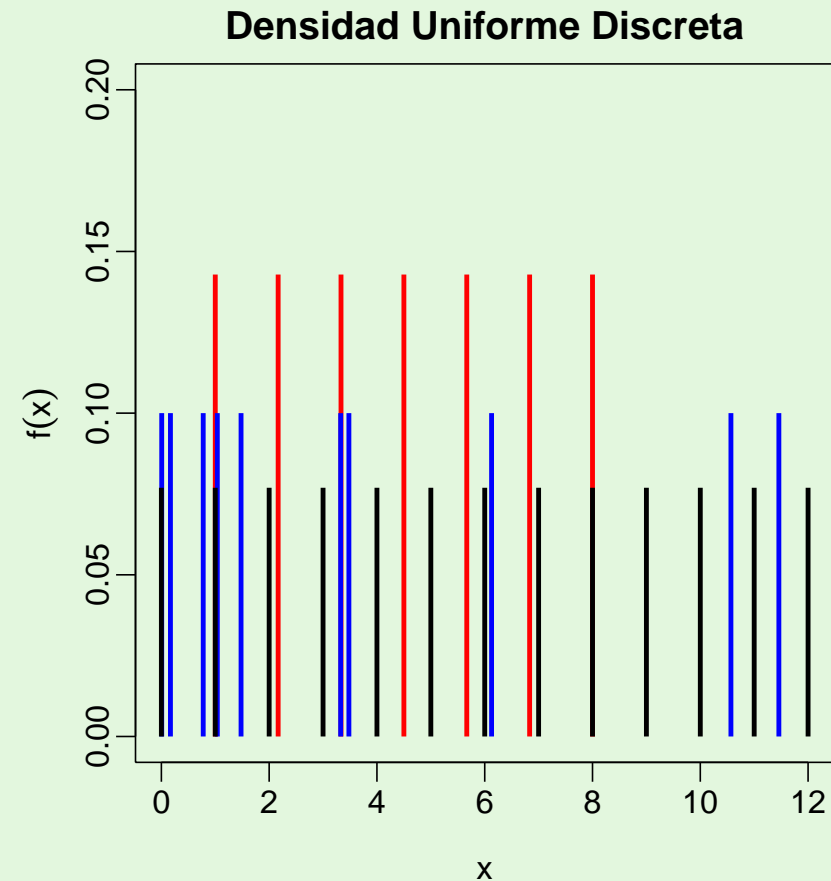
- *Valor esperado:*  $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$

- *Varianza:*  $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$

- *Función generadora de momentos:*

$$M_X(t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e^{tx_i}$$

- *Aplicaciones:* loterías y simulaciones.



## Distribución Bernoulli

- *Función masa de probabilidad:*

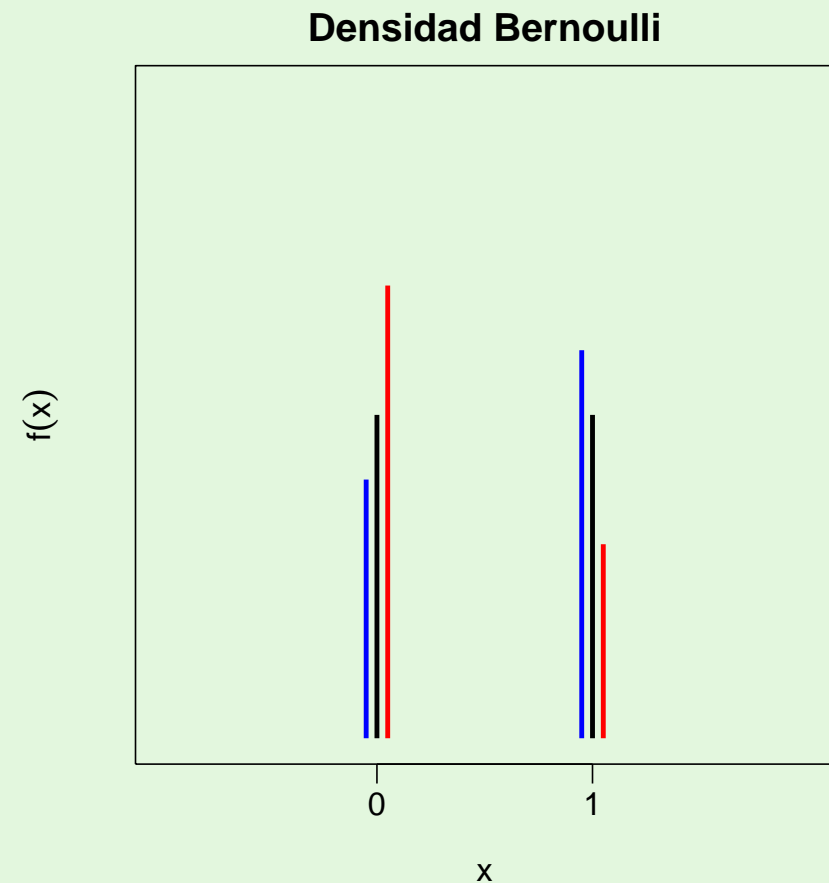
$$f(x) = (1 - p)I_{\{0\}}(x) + pI_{\{1\}}(x)$$

- *Parámetros:*  $0 \leq p \leq 1$
- *Soporte:*  $\{0, 1\}$
- *Valor esperado:*  $p$
- *Varianza:*  $p(1 - p)$
- *Función generadora de momentos:*

$$M_X(t) = q + pe^t$$

donde  $q = 1 - p$ .

- *Aplicaciones:* simulación de eventos con dos posibles salidas: *éxito* ó *fracaso*.



## Distribución Binomial

- *Función masa de probabilidad:*

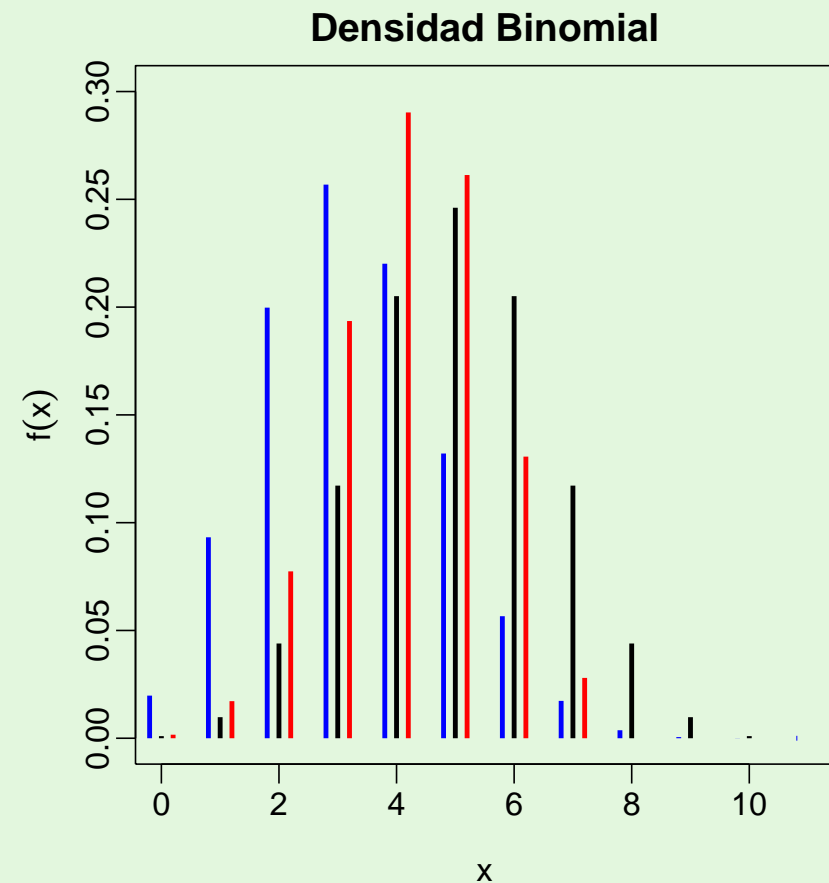
$$f(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

- *Parámetros:*  $0 \leq p \leq 1$ ,  $n = 1, 2, \dots$
- *Soporte:*  $\{0, 1, \dots, n\}$
- *Valor esperado:*  $np$
- *Varianza:*  $np(1-p)$
- *Función generadora de momentos:*

$$M_X(t) = (q + pe^t)^n$$

donde  $q = 1 - p$ .

- *Aplicaciones:* suma de éxitos en  $n$  ensayos.



## Distribución Geométrica

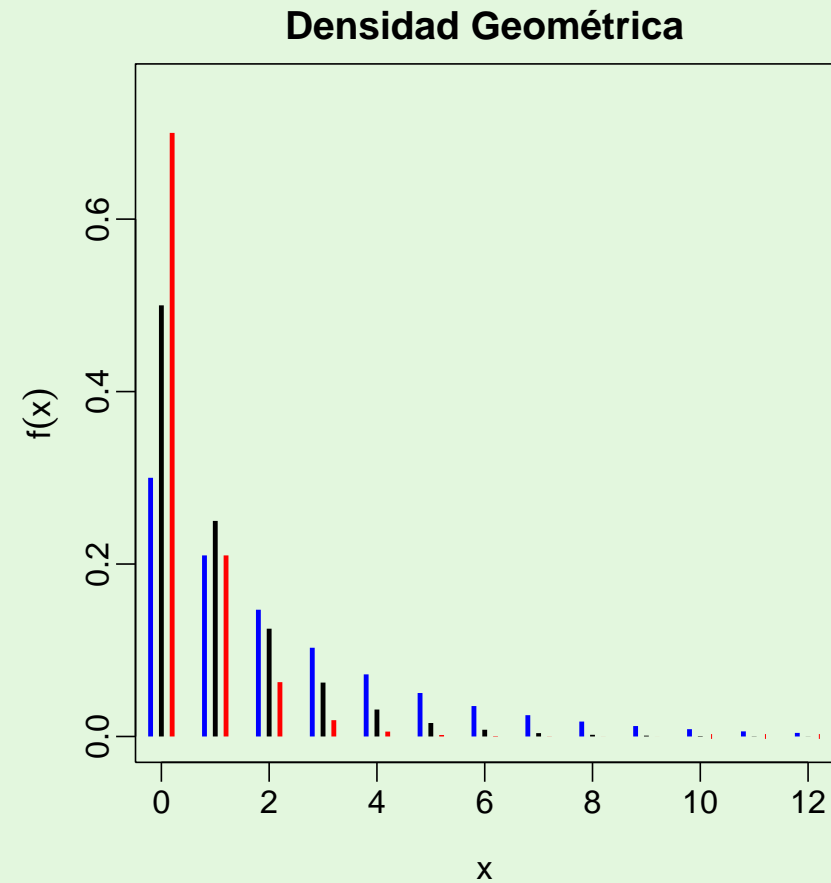
- *Función masa de probabilidad:*

$$f(x) = p(1 - p)^x$$

- *Parámetros:*  $0 \leq p \leq 1$
- *Soporte:*  $\{0, 1, \dots\}$
- *Valor esperado:*  $\frac{q}{p}$ , donde  $q = 1 - p$ .
- *Varianza:*  $\frac{q}{p^2}$
- *Función generadora de momentos:*

$$M_X(t) = \frac{p}{1 - qe^t}$$

- *Aplicaciones:* modelar el número de fracasos hasta el primer éxito.



## Distribución Binomial Negativa

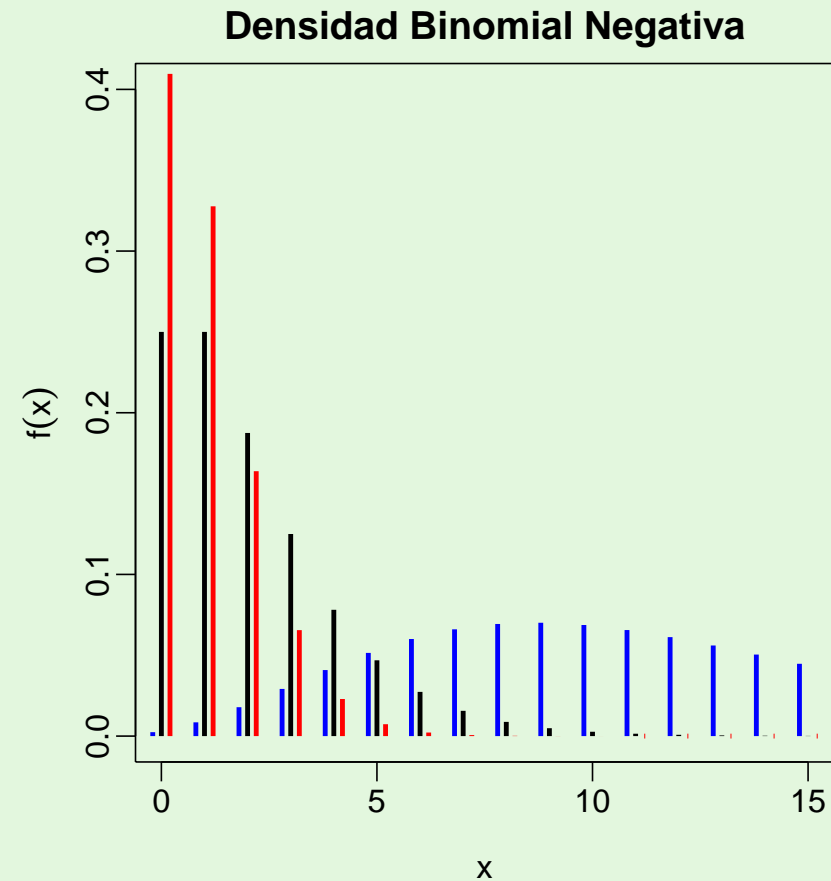
- *Función masa de probabilidad:*

$$f(x) = \binom{r+x-1}{x} p^r (1-p)^x$$

- *Parámetros:*  $0 \leq p \leq 1$ ,  $r = 1, 2, \dots$
- *Soporte:*  $0, 1, \dots$
- *Valor esperado:*  $r \frac{q}{p}$ , donde  $q = 1 - p$
- *Varianza:*  $r \frac{q}{p^2}$
- *Función generadora de momentos:*

$$M_X(t) = \left( \frac{p}{1 - qe^t} \right)^r$$

- *Aplicaciones:* modelación del número de fracasos antes del  $r$ -ésimo éxito.



## Distribución Poisson

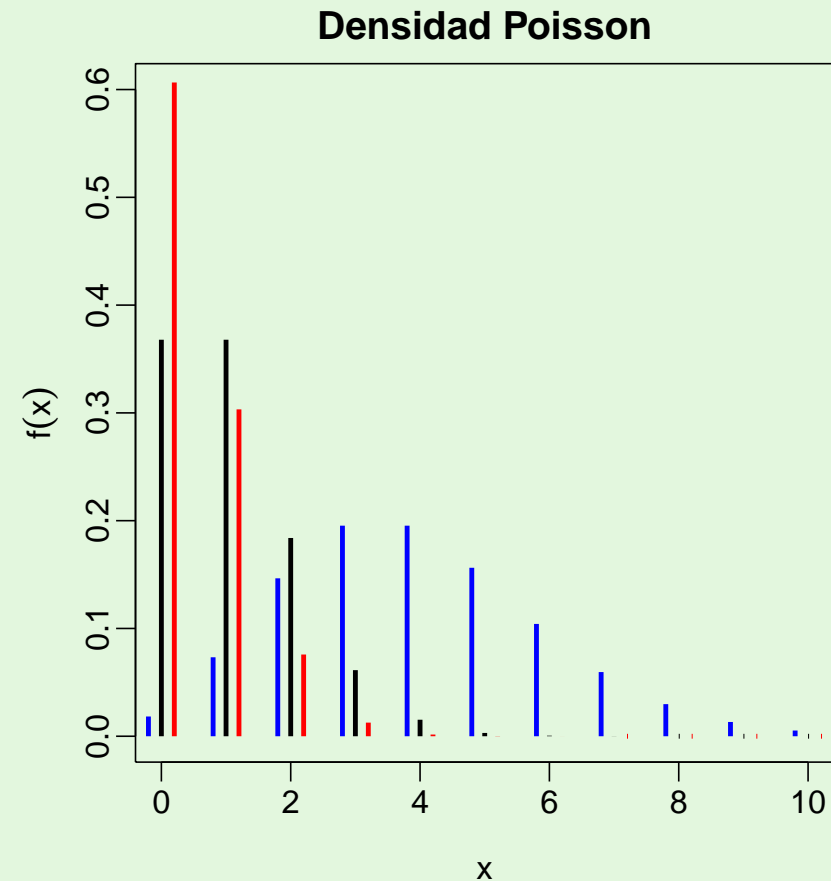
- *Función masa de probabilidad:*

$$f(x) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!}$$

- *Parámetros:*  $\lambda > 0$
- *Soporte:*  $0, 1, \dots$
- *Valor esperado:*  $\lambda$
- *Varianza:*  $\lambda$
- *Función generadora de momentos:*

$$M_X(t) = \exp \{ \lambda(e^t - 1) \}$$

- *Aplicaciones:* conteo de eventos *raros*. E.g. accidentes, arribos, defectos.



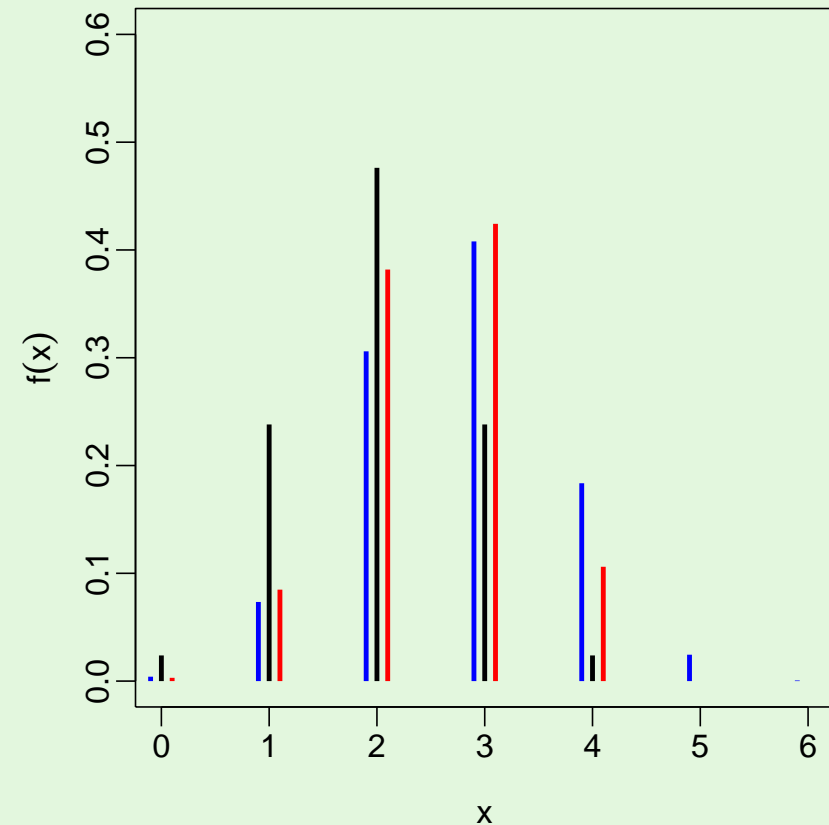
## Distribución Hipergeométrica

- *Función masa de probabilidad:*

$$f(x) = \frac{\binom{M}{x} \binom{N-M}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

- *Parámetros:*  $N = 1, 2, \dots$ ;  $M = 0, 1, \dots, N$ ;  $n = 1, 2, \dots, M$
- *Soporte:*  $0, 1, \dots, n$
- *Valor esperado:*  $n \frac{M}{N}$
- *Varianza:*  $n \frac{M}{N} \frac{N-M}{M} \frac{M-n}{N-1}$
- *Función generadora de momentos:* No es útil
- *Aplicaciones:* muestreo sin reemplazo; partición de poblaciones.

Densidad Hipergeométrica



## Distribución Uniforme Continua

- *Función de densidad:*

$$f(x) = \frac{1}{b-a}$$

- *Parámetros:*  $-\infty < a < b < \infty$

- *Soporte:*  $(a, b)$

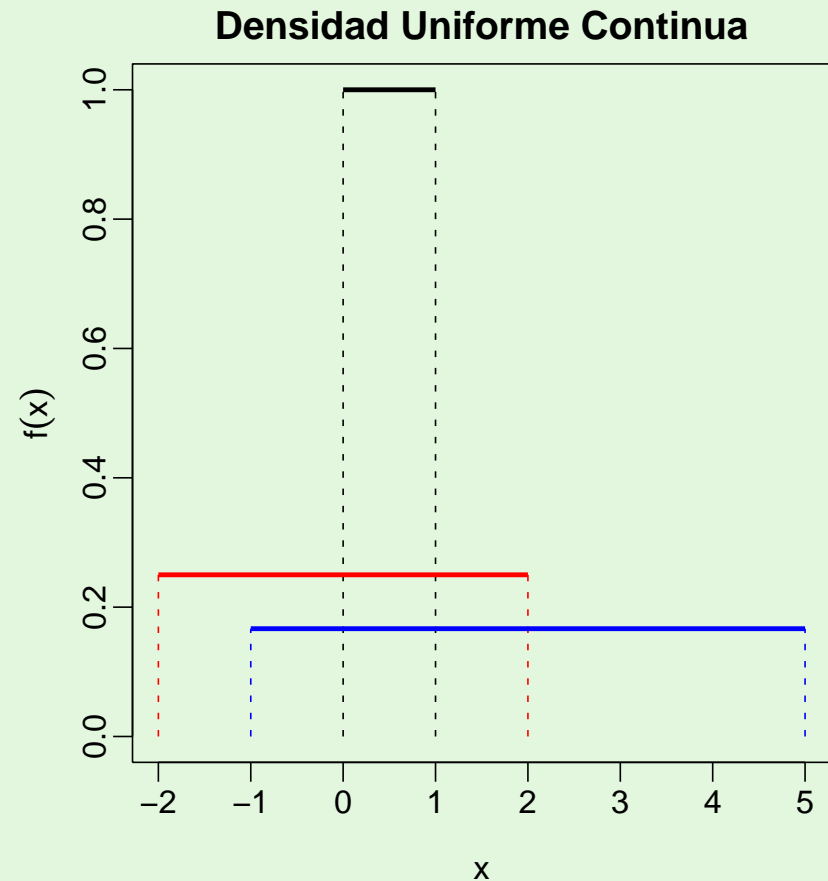
- *Valor esperado:*  $\frac{a+b}{2}$

- *Varianza:*  $\frac{(b-a)^2}{12}$

- *Función generadora de momentos:*

$$M_X(t) = \frac{e^{bt} - e^{at}}{(b-a)t}$$

- *Aplicaciones:* simulaciones.





## Distribución Exponencial

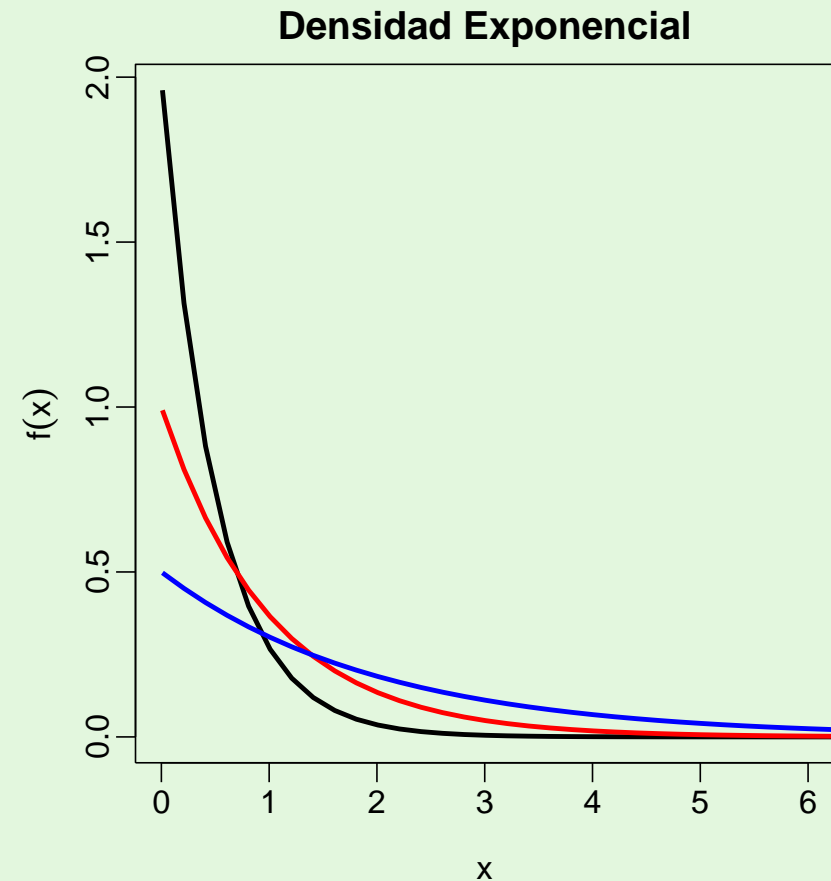
- *Función de densidad:*

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$$

- *Parámetros:*  $0 < \lambda$
- *Soporte:*  $(0, \infty)$
- *Valor esperado:*  $1/\lambda$
- *Varianza:*  $1/\lambda^2$
- *Función generadora de momentos:*

$$M_X(t) = \frac{\lambda}{\lambda - t}, \quad t < \lambda$$

- *Aplicaciones:* simulación de tiempos de espera.



## Distribución Normal

- *Función de densidad:*

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{x - \mu}{\sigma} \right)^2 \right\}$$

- *Parámetros:*  $-\infty < \mu < \infty$ ,  $\sigma > 0$

- *Soporte:*  $(-\infty, \infty)$

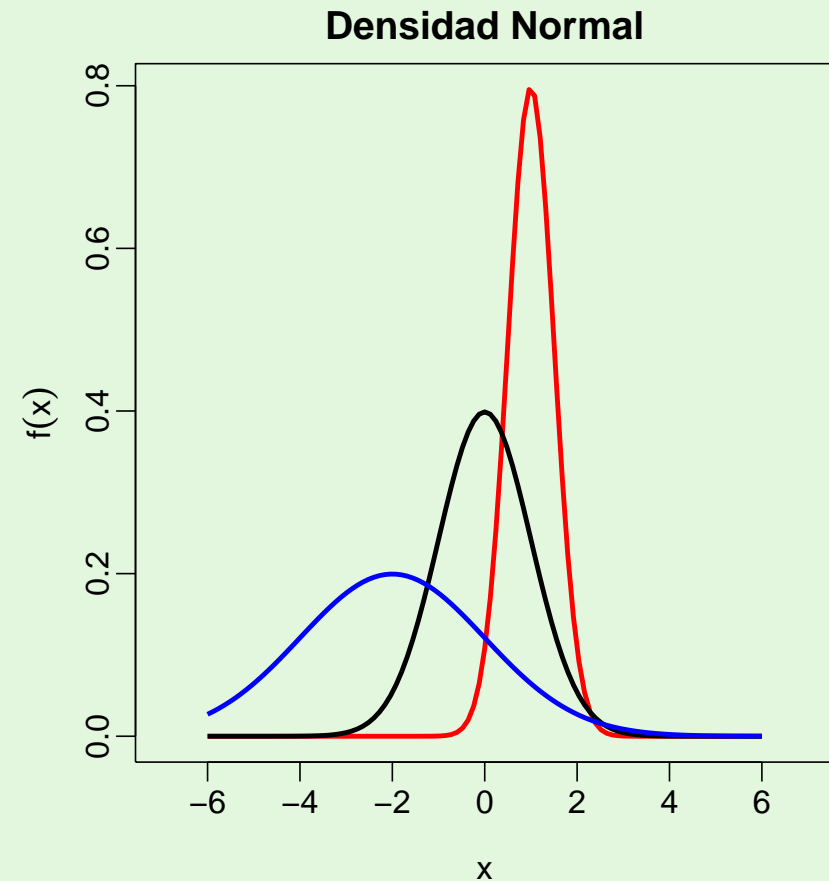
- *Valor esperado:*  $\mu$

- *Varianza:*  $\sigma^2$

- *Función generadora de momentos:*

$$M_X(t) = \exp \left\{ \mu t + \frac{1}{2} \sigma^2 t^2 \right\}$$

- *Aplicaciones:* modelación de promedios, errores, medidas anatómicas, etc.



## Distribución Gamma

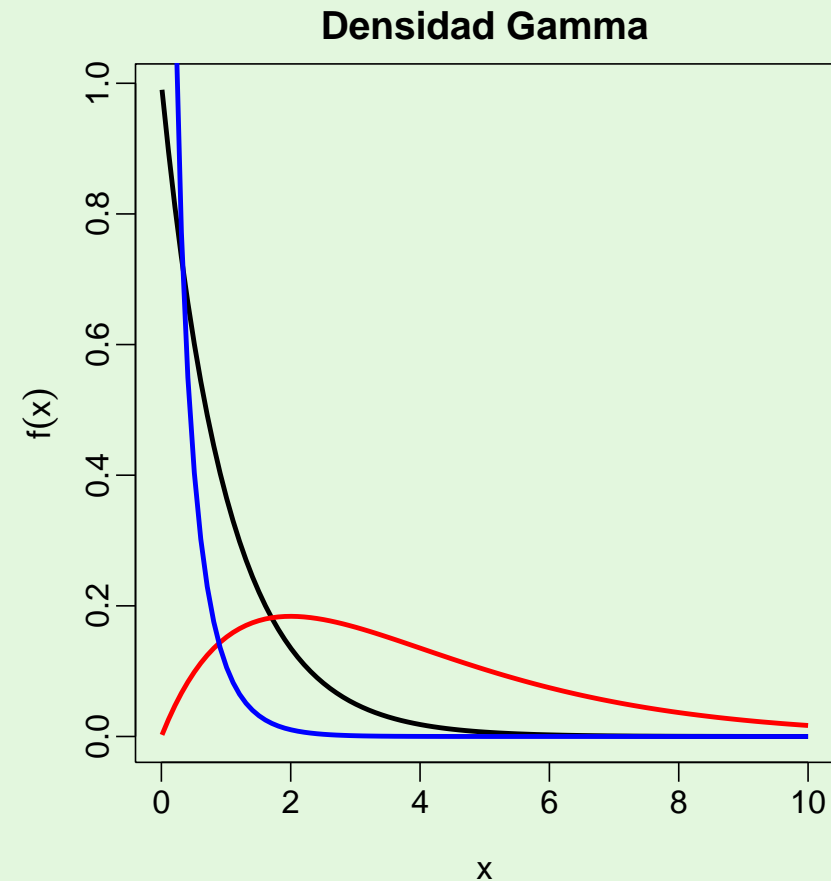
- *Función de densidad:*

$$f(x) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-x/\beta}$$

- *Parámetros:*  $\alpha, \beta > 0$
- *Soporte:*  $(0, \infty)$
- *Valor esperado:*  $\alpha\beta$
- *Varianza:*  $\alpha\beta^2$
- *Función generadora de momentos:*

$$M_X(t) = (1 - \beta t)^{-\alpha}, \quad \beta t < 1$$

- *Aplicaciones:* tiempos de arribos, resultados teóricos.



## Distribución $\chi^2$ Ji-cuadrada

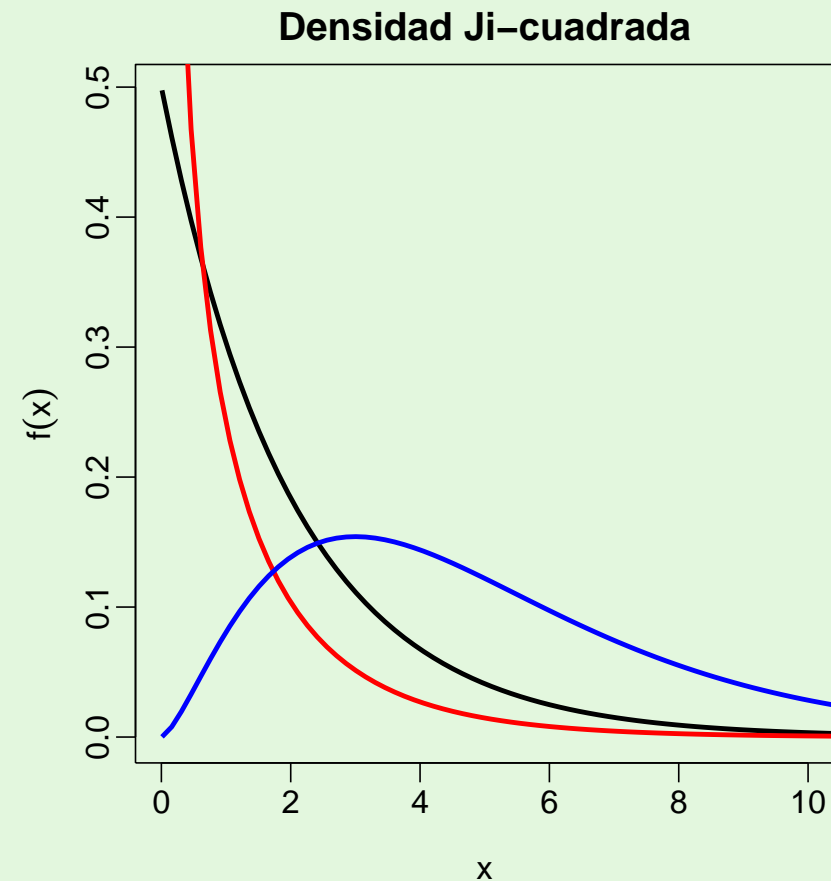
- *Función de densidad:*

$$f(x) = \frac{1}{\Gamma(n/2)} \left(\frac{1}{2}\right)^{n/2} x^{n/2-1} e^{-x/2}$$

- *Parámetros:*  $n = 1, 2, \dots$
- *Soporte:*  $(0, \infty)$
- *Valor esperado:*  $n$
- *Varianza:*  $2n$
- *Función generadora de momentos:*

$$M_X(t) = (1 - 2t)^{-n/2}, \quad 2t < 1$$

- *Aplicaciones:* normales cuadráticas, resultados teóricos.

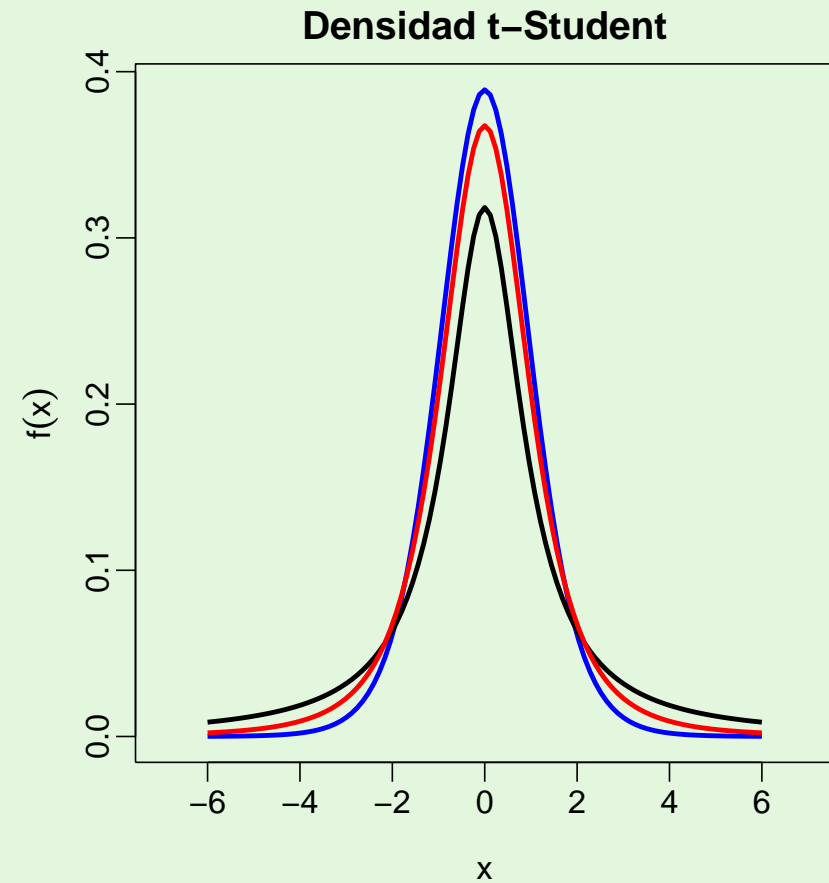


## Distribución $t$ -Student

- *Función de densidad:*

$$f(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \frac{1}{\sqrt{n\pi}} \frac{1}{(1 + x^2/n)^{(n+1)/2}}$$

- *Parámetros:*  $n = 1, 2, \dots$
- *Soporte:*  $(-\infty, \infty)$
- *Valor esperado:* 0, para  $n > 1$
- *Varianza:*  $n/(n - 2)$ , para  $n > 2$
- *Función generadora de momentos:*  
No existe
- *Aplicaciones:* resultados teóricos: cociente de distribuciones independientes normal estándar sobre  $\chi_n^2$ .

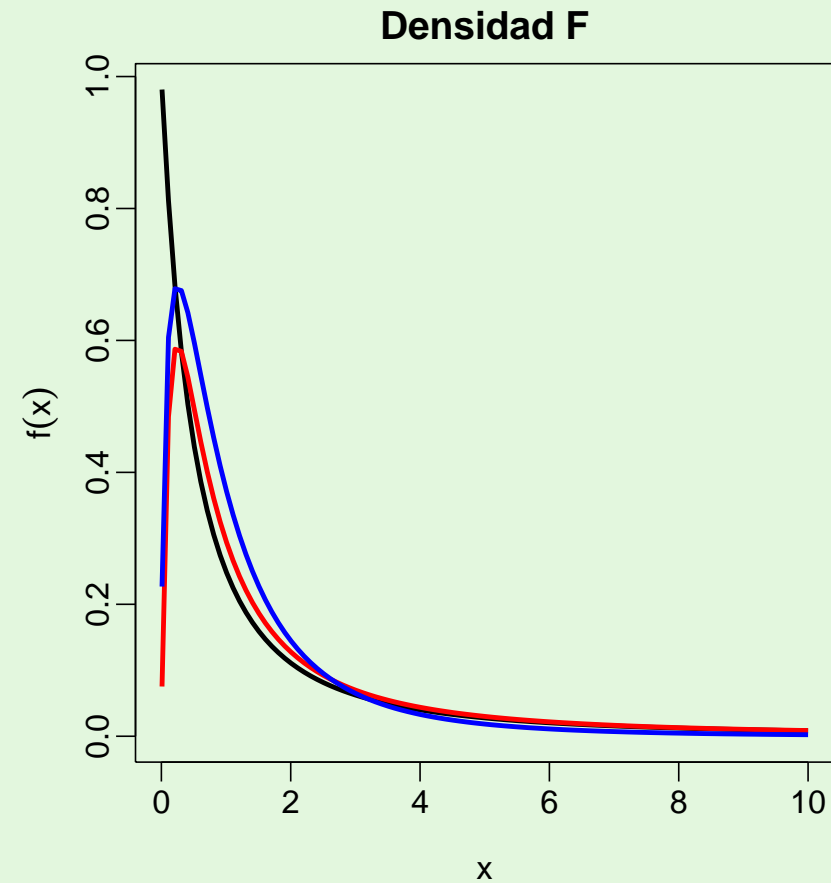


## Distribución $F$

- **Función de densidad:**

$$f(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{m+n}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{m}{2}\right)\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \left(\frac{m}{n}\right)^{m/2} \frac{x^{(m-2)/2}}{\left[1 + \frac{m}{n}x\right]^{(m+n)/2}}$$

- **Parámetros:**  $m, n = 1, 2, \dots$
- **Soporte:**  $(0, \infty)$
- **Valor esperado:**  $\frac{n}{n-2}$ , para  $n > 2$
- **Varianza:**  $\frac{2n^2(m+n-2)}{m(n-2)^2(n-4)}$ , para  $n > 4$
- **Función generadora de momentos:**  
No existe
- **Aplicaciones:** resultados teóricos: cociente de distribuciones independientes  $\frac{\chi_m^2/m}{\chi_n^2/n}$ .



## Distribución Cauchy

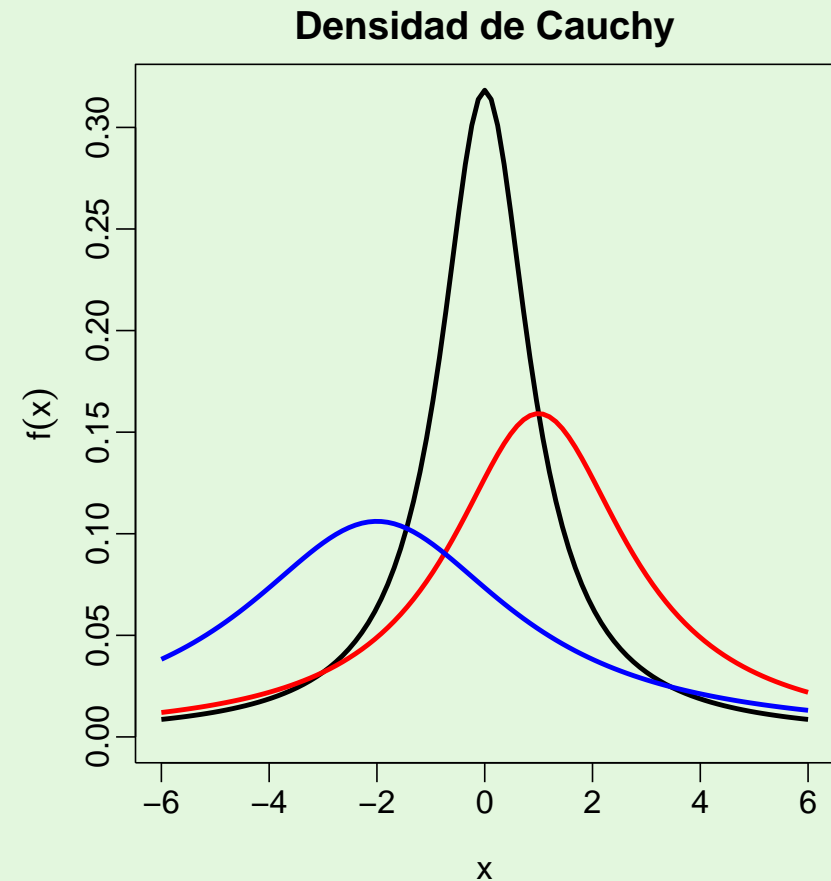
- *Función de densidad:*

$$f(x) = \frac{1}{\pi\beta \left\{ 1 + \left[ \frac{(x - \alpha)}{\beta} \right]^2 \right\}}$$

- *Parámetros:*  $-\infty < \alpha < \infty$ ,  $\beta > 0$
- *Soporte:*  $(-\infty, \infty)$
- *Valor esperado:* No existe
- *Varianza:* No existe
- *Función característica:*

$$\varphi(t) = \exp \{iat - \beta|t|\}$$

- *Aplicaciones:* cociente de dos densidades normales independientes. Resultados teóricos.

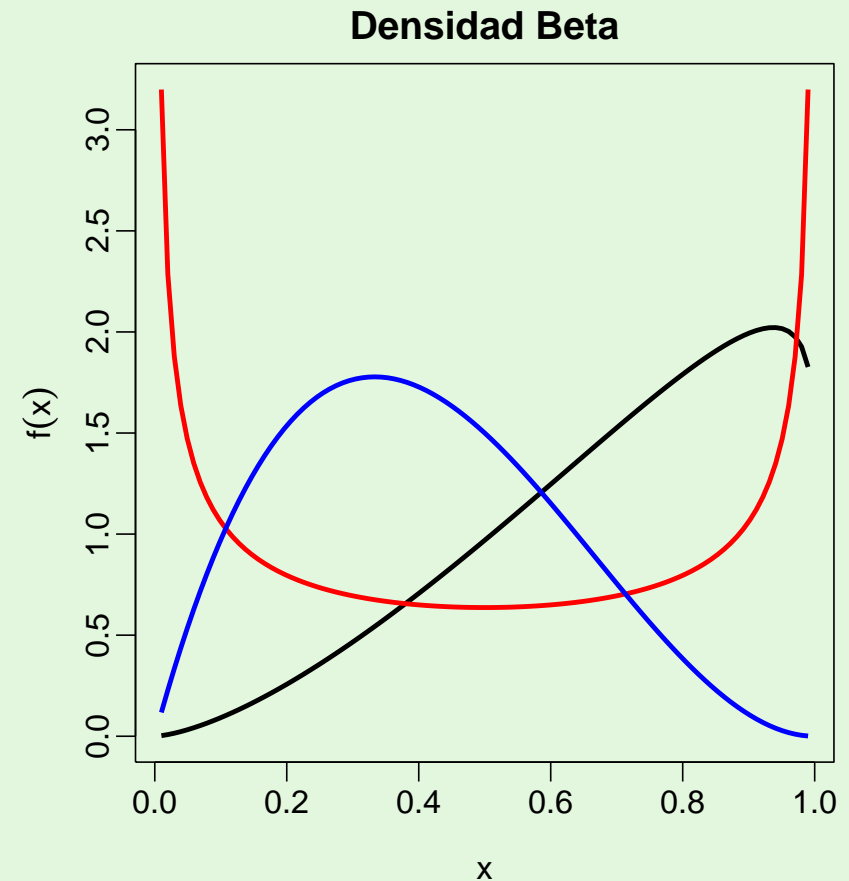


## Distribución Beta

- *Función de densidad:*

$$f(x) = \frac{\Gamma(\theta_1 + \theta_2)}{\Gamma(\theta_1) \cdot \Gamma(\theta_2)} x^{\theta_1-1} (1-x)^{\theta_2-1}$$

- *Parámetros:*  $\theta_1 > 0$ ,  $\theta_2 > 0$ .
- *Soporte:*  $(0, 1)$
- *Valor esperado:*  $\frac{\theta_1}{\theta_1 + \theta_2}$
- *Varianza:*  $\frac{\theta_1 \theta_2}{(\theta_1 + \theta_2 + 1)(\theta_1 + \theta_2)^2}$
- *Función generadora de momentos:* No es útil
- *Aplicaciones:* modelación de probabilidades de ocurrencia.



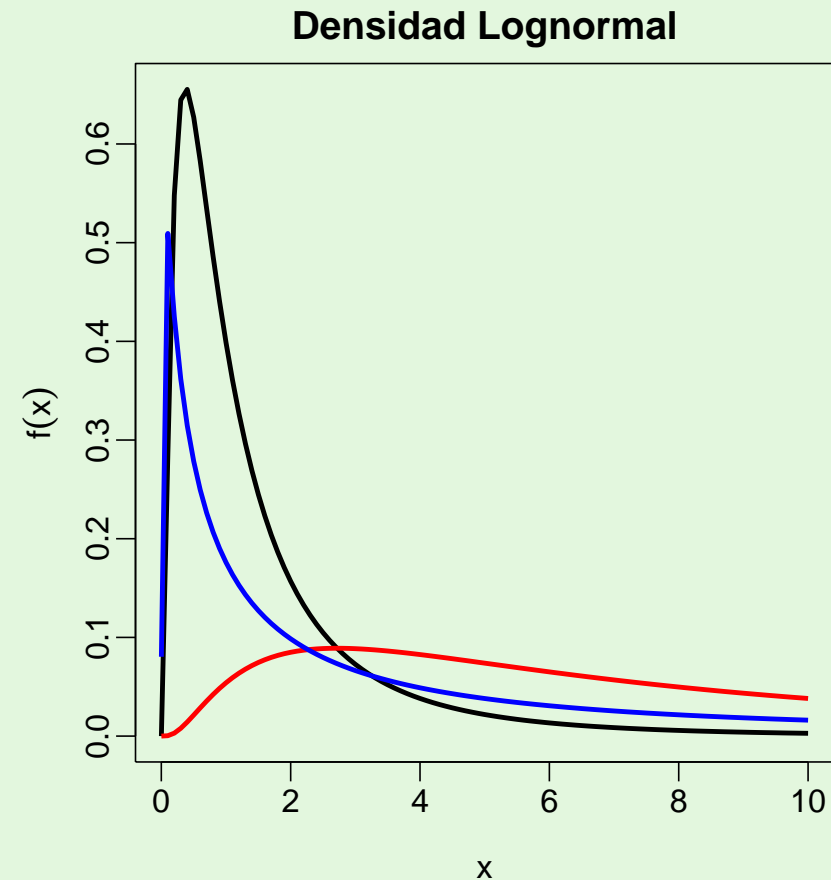


## Distribución Lognormal

- *Función de densidad:*

$$f(x) = \frac{1}{x\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} (\ln x - \mu)^2 \right\}$$

- *Parámetros:*  $-\infty < \mu < \infty$ ,  $\sigma > 0$
- *Soporte:*  $(0, \infty)$
- *Valor esperado:*  $\exp \left[ \mu + \frac{1}{2}\sigma^2 \right]$
- *Varianza:*  $\exp \left[ 2\mu + 2\sigma^2 \right] - \exp \left[ 2\mu + \sigma^2 \right]$
- *Función generadora de momentos:* No es útil
- *Aplicaciones:* modelación tiempos de vida



## Distribución Doble Exponencial o Laplaciana

- *Función de densidad:*

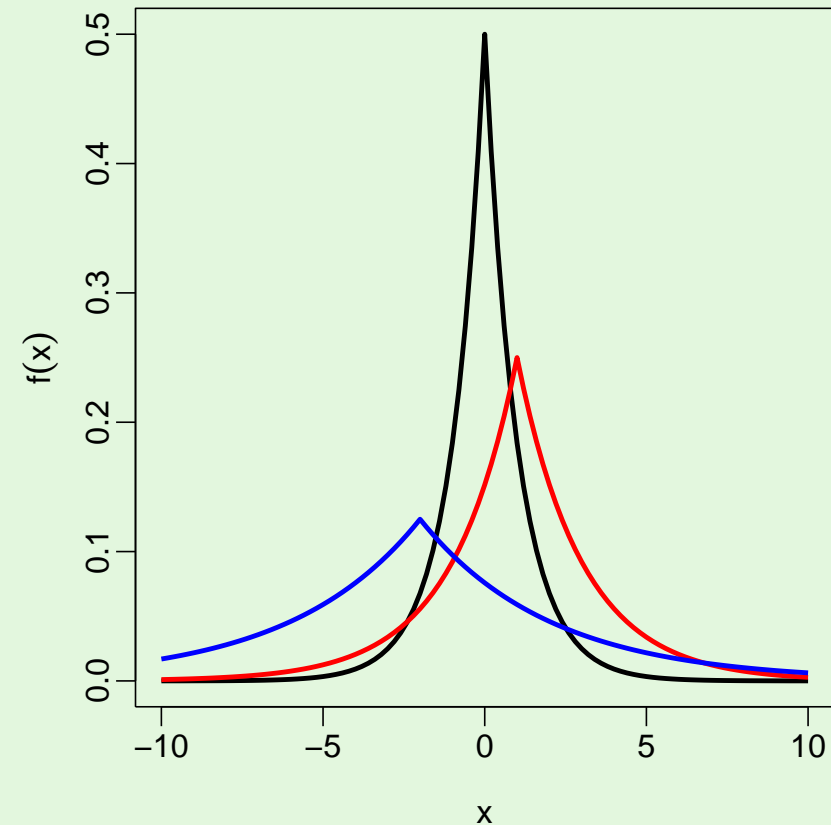
$$f(x) = \frac{1}{2\beta} \exp \left\{ -\frac{|x - \alpha|}{\beta} \right\}$$

- *Parámetros:*  $-\infty < \alpha < \infty$ ,  $\beta > 0$
- *Soporte:*  $(-\infty, \infty)$
- *Valor esperado:*  $\alpha$
- *Varianza:*  $2\beta^2$
- *Función generadora de momentos:*

$$M_X(t) = \frac{e^{\alpha t}}{1 - \beta^2 t^2}$$

- *Aplicaciones:* modelación de datos con colas pesadas.

Densidad Doble Exponencial o Laplaciana



## Distribución Weibull

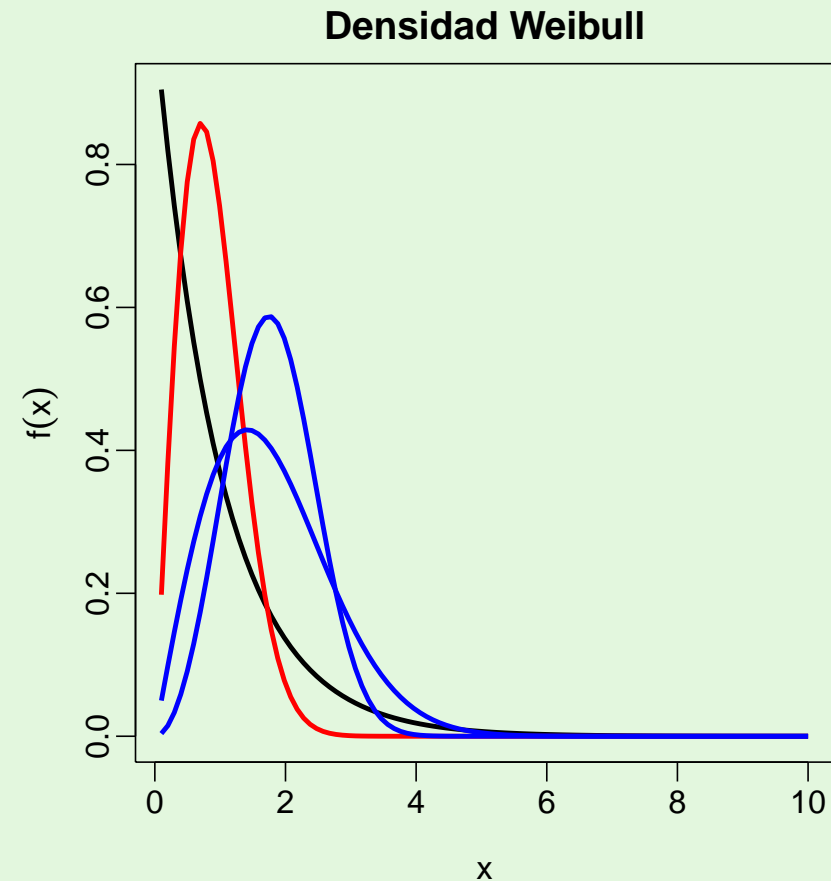
- *Función de densidad:*

$$f(x) = abx^{b-1} \exp \{-ax^b\}$$

- *Parámetros:*  $a > 0$ ,  $b > 0$ .
- *Soporte:*  $(0, \infty)$
- *Valor esperado:*  $a^{-1/b}\Gamma(1 + b^{-1})$ .
- *Varianza:*  $a^{2/b}\{\Gamma(1 + 2b^{-1}) - \Gamma^2(1 + b^{-1})\}$ .
- *Función generadora de momentos:*

$$M_X(t) = a^{-t/b}\Gamma(1 + t/b)$$

- *Aplicaciones:* tiempos de vida.



## Distribución Pareto

- *Función de densidad:*

$$f(x) = \frac{\theta x_0^\theta}{x^{\theta+1}}$$

- *Parámetros:*  $x_0 > 0$ ,  $\theta > 0$ .
- *Soporte:*  $(x_0, \infty)$
- *Valor esperado:*  $\frac{\theta x_0}{\theta - 1}$ .
- *Varianza:*  $\frac{\theta x_0^2}{(\theta - 1)^2(\theta - 2)}$ .
- *Función generadora de momentos:*  
No existe
- *Aplicaciones:* modelación de distribución de la riqueza.

