

**Matematicas Aplicadas a la Teoria de Finanzas I 2001-2002**  
**Prof. Gabriel Gomez**  
**Proyecto II: Curvas de Descuento Implícitas (Calibración de Tasas de Interés)**  
**Fecha de Entrega: Martes 16 de Abril del 2002**

NOTA: SE CALIFICARA LA ADECUACION DE LOS PROCEDIMIENTOS NUMERICOS, OBTENCION CORRECTA DE LOS VALORES REQUERIDOS, COMPRENCION DE LA TEORIA SUBYACENTE Y LA INTERPRETACION DE LOS RESULTADOS. LOS PROYECTOS SE PUEDEN REALIZAR EN EQUIPOS DE 2 PERSONAS.

El objetivo de este proyecto es construir una curva de descuento consistente con los precios de instrumentos liquidos observados en el mercado. En particular queremos construir una curva consistente con el precio de los CETES y un BONDE.

Como vimos en clase la tasa a la que descontamos un flujo de efectivo depende de la opinion que tengamos acerca del valor que pueda tener el dinero en diferentes puntos del tiempo. Al obtener una curva consistente con el precio de BONDES y CETES eliminamos parcialmente la subjetividad en la eleccion de los factores de descuento. Sin embargo, solo existen algunos precios mas o menos disponibles al publico de Bonos sin cupones (CETES), digamos a 1, 28 y 91 dias. El precio del CETE a un dia refleja una operacion de reporto en el mercado secundario.

**Tu proyecto:**

1. A lo largo del proyecto supón una convención para contar fracciones de año de ACT/360.
2. Consigue información sobre el precio de los CETES a plazos de 1,28, 91, y 182 días. la información a 1 y 28 días consíguelas del mercado secundario. Los otros dos precios pueden ser tomados del mercado primario.
3. Consigue también información sobre el precio en el mercado primario del BONDE con plazo mayor a un año. El plazo varía de subasta a subasta. Utiliza el de la subasta más reciente. Tan solo especifica cuál usaste.
4. Puedes usar cualquier fuente de información. Sugerencias:
  - ¾ Para información en el mercado secundario visita la página de internet de Mexico Analytica (proveedor de información financiera a través de internet) <http://www.mexicoanalytica.com/> y suscríbete a su promoción de evaluación gratuita de servicio por 30 días. Tanto en la página principal como en la sección de mercado de dinero encontrarás la información requerida. El periódico el Financiero tiene una sección de Mercado Secundario, con un cuadro llamado "Desempeño del Fondo" el cual se refiere a las tasas a un día.
  - ¾ Para información del mercado primario puedes consultar el periódico El Financiero del miércoles de tu elección (distribuido gratuitamente en el ITAM si llegas temprano) o El Economista. Ambos publican los resultados de la subasta que realiza cada martes el Banco de México bajo la sección Mercado Primario.
5. **Encuentra** la tasa de interés continua asociada al precio de los CETES para los plazos 1,28,91,182.
6. Los cuatro precios de los CETES te dan información sobre la tasa de interés (y por lo tanto de factores de descuento) que aplica para flujos generados dentro de 1,28, 91 y 182 días. Usando interpolación lineal (interpolando una línea recta entre dos tasas de interés conocidas), podemos encontrar tasas de interés para cualquier tiempo intermedio entre 1 y 182 días. Encuentra con esta técnica las tasas de interés continuo para plazos de 1,28,56,84,.....,168 es decir para plazos cada 28 días (siempre que el plazo sea menor a 182 días).
7. **Haz una hoja de excel en la cual encuentres** la tasa de interés para los plazos 1,28,56,84,.....,168,.....,  $N * 28$  donde  $N$  es el número de cupones que tiene el BONDE. Por ejemplo si el BONDE tiene un plazo de 728,  $N$  es igual 26. Para hacerlo necesitas inventar una tasa de interés continua al tiempo  $N * 28$  para poder interpolar linealmente entre esa tasa inventada y la última tasa asociada al CETE por 182 días
8. Con esas tasas, **encuentra factores de descuento**

$$D_{t1} = e^{-r(t1)*t1}$$

$$D_{t2} = e^{-r(t2)*t2}$$

...

$$D_{tN} = e^{-r(tN)*tN}$$

9. **Encuentra las tasas forward asociadas a estos plazos**

$$\begin{aligned}
& F(t_0, t_1) \\
& F(t_1, t_2) \\
& \dots \\
& F(t_{N-1}, t_N)
\end{aligned}$$

**10. Encuentra el valor del BONDE de acuerdo con la formula**

$$\text{PRECIO DEL BONDE} = \sum_{n=1}^N \frac{F(t_{n-1}, t_n) + \Delta}{W} * 100 * D_{t_n} + 100 * D_{t_N}$$

Donde el forward  $F(t_{n-1}, t_n)$  es calculado de acuerdo con la curva de descuento interpolada (usando la tasa inventada en el ultimo nodo  $N * 28$ ) y  $\Delta$  es un incremento predeterminado de puntos porcentuales que las tasas bancarias pagan por arriba de las tasas gubernamentales. Recuerda que los BONDES pagan un cupon igual a la tasa bancaria vigente por lo que hay que adecuar el forward que escribimos en el cupon del BONDE para valorarlo. Permite que en tus formulas de Excel sea un parametro del modelo. Es decir se encuentre en una celda y el precio del bonde este referenciado a esta celda.

11. Fija  $\Delta = 0.01$  es decir, un punto porcentual.
12. **Utiliza solver de Excel para determinar el valor de la tasa de interes inventada en el ultimo nodo de la curva tal que el precio del BONDE calculado de esta manera sea igual al precio del BONDE de mercado.**
13. Grafica en Excel tanto la curva de descuento como la curva de tasas forward a 28 dias que encontraste. Comenta sobre el comportamiento de estas curvas e interpretalo en terminos financieros (el mercado cree que las tasas a 28 dias subiran, bajaran o todo lo contrario ??)
14. Repite el procedimiento anterior pero interpolando en cada intervalo un polinomio cubico que tenga derivada igual a cero en cada nodo. Para hacerlo dados puntos en el tiempo  $t_n$  y  $t_{n+1}$  así como tasas asociadas  $r(t_n)$  y  $r(t_{n+1})$  resuelve el sistema lineal de cuatro incognitas y cuatro ecuaciones donde las incognitas son los coeficientes del polinomio  $(a_3, a_2, a_1, a_0)$  y las ecuaciones resultan de pedir que el polinomio pase por los dos puntos y de que la primera derivada sea igual a cero en ambos puntos:

$$\begin{aligned}
a_3(t_n)^3 + a_2(t_n)^2 + a_1(t_n) + a_0 &= r(t_n) \\
a_3(t_{n+1})^3 + a_2(t_{n+1})^2 + a_1(t_{n+1}) + a_0 &= r(t_{n+1}) \\
3 * a_3(t_n)^2 + 2 * a_2(t_n) + a_1 &= 0 \\
3 * a_3(t_{n+1})^2 + 2 * a_2(t_{n+1}) + a_1 &= 0
\end{aligned}$$

15. Nota que este sistema se puede resolver genericamente y encontrar la solucion explicita en funcion de los cuatro datos  $t_n, t_{n+1}, r(t_n)$  y  $r(t_{n+1})$  usando por ejemplo eliminacion gaussiana. Necesitaras encontrar formulas cerradas para introducirlas en Excel y encontrar tasas intermedias.
16. Estos no son "cubic splines" pues tienen derivada igual a cero en los nodos. Esto restringe el polinomio de manera artificial; pues en general el "cubic spline" tiene primera derivada continua pero no necesariamente igual a cero en todos los nodos.
17. Cual es la diferencia cualitativa en las curvas resultantes al usar esta tecnica de interpolacion ??

**Lo que tienes que entregar:**

- ¾ Impresiones de Excel de todas las curvas interpoladas que generes (tanto los datos como una grafica)
- ¾ Impresiones de Excel de todas las curvas de tasas forward generadas (tanto los datos como una grafica)
- ¾ Coeficientes de las cuatro lineas rectas interpoladas (para la curva calibrada).
- ¾ Coeficientes de los cuatro polinomios cubicos interpolados (para la curva calibrada).
- ¾ Análisis correspondiente conforme se requiere en esta descripcion del proyecto y/o conforme lo consideres necesario.