CALCULO DE PROBABILIDADES I

Tarea 2
(Respuestas)

1. $P(A \cup B) = (0.3+0.3) = 0.6$.
2. a) Verdadero $\Leftrightarrow P(A) \neq 0$.
   b) Verdadero.
   c) Verdadero (Hint: $P(A \cup B) \leq 1$).
3. A=Más de 4 lanzamientos para obtener un 6.
   B=no se obtuvo un 6 en el primer lanzamiento.
   $P(A|B) = 1 - P(A^c \mid B) = (5/6)^3$.
4. Sea C=pelota transferida haya sido blanca y D=la pelota extraída de B es blanca.
   $P(C|D) = \dfrac{P(D|C)P(C)}{P(D)} = 4/7$.
5. a) Verdadera.
   b) Falsa porque si $P(A \cap B) = 0 \Rightarrow$ no necesariamente $P(A) = P(B)$.
6. $P(A \cap B \cap C) = 1/8$
7. Usar definición de probabilidad condicional. $P(A|B) = P(A|B_1 \cup B_2 \cup ... \cup B_n)$
8. I_1 = vuelta a la izquierda en el i-ésimo intento.
   D_1 = vuelta a la derecha en el i-ésimo intento.
   a) $P(I_1)=P(D_1)=1/2$, $P(D_i|D_{i-1})=p_1$, $P(D_i|I_{i-1})=p_2$,
   $P(D_3) = P(D_3|I_2)P(I_2) + P(D_3|D_2)P(D_2) = p_2 - (1/2)p_2^2 + (1/2)p_1^2$.
   b) $P(D_3|D_1) = p_2 - p_2p_1 + p_1^2$.
9. Hint: $P(A) = P(A \cap \Omega) = P(A \cap (B \cup B^c)) = P(A \cap B) + P(A \cap B^c)$.
10. Usa las propiedades de la probabilidad condicional y el Hint de la pregunta anterior.
    a) $P(B|A) = 1/2$.
    b) $p = 0.9941$.
11. Use probabilidad condicional.
    a) Probabilidad de que una segunda pelota seleccionada sea:
       a.1) P(roja) = 0.6405
       a.2) P(negra) = 0.3595
    b) P(1° pelota roja | 2° pelota fue roja) = 0.6938.
12. B=pelota blanca, C_i = caja i.
    a) P(todas blancas) = $P(B_I)P(B_{II})P(B_{III}) = 0.083$
    b) $P(B) = P(B|C_1)P(C_1) + P(B|C_2)P(C_2) + P(B|C_3)P(C_3) = 0.472$
    c) $P(C_1|B) = P(B|C_1)P(C_1)/P(B)$.
13. Usa el Teorema de Bayes $P(L|A) = 0.444$
14. P= positivamente, C=cáncer; $P(C|P) = 0.1538$
15. a) $\Omega 1= \{A,B\}$
    b) $\Omega 2=$ {defectuoso, no defectuoso}
    c) $\Omega 3=$ {Adef, Anodef, Bdef, Bnodef}
    d) P(A)=0.6 , P(B)=0.4
       P(def)=0.038 , P(ndef)=0.962
       P(Adef)=0.018 , P(Andef)=0.582 , P(Bdef)=0.02 , P(Bndef)=0.38
16. Utiliza la definición de probabilidad condicional.
17. A=la máquina funciona correctamente.
    $P(A)= 1 - P(A^c) = 0.9572$
18. Bi = i reyes en 4 cartas.
    $$P\left[B_2 \middle| \bigcup_{i=1}^{4} B_i\right] = 0.1104$$
19. a) Sea B=la 4ª pelota es blanca.
    A_i = i pelotas blancas, (3-i) pelotas negras.

Usando probabilidad total P(B)=0.4

b) N_3=las 3 pelotas extraídas sean negras.

$$P\left[N_3 \middle| \bigcup_{i=1}^{3} N_i\right] = 0.1724$$

20. Sea A=que se puedan acomodar todas las personas que llegan.
    $P(A)=1 - P(A^c) = 0.99987$
21. a) Sea A= a lo más 3 tiros caigan.
    B_i = i tiros caigan.
    P(un tiro caiga en la región 1/2 a 1)=3/4

    $$P(A) = P\left(\bigcup_{i=0}^{3} B_i\right) = 0.0035$$

    b) A_i = i tiros en el círculo de radio 1/4.
    B=5 tiros en el círculo de radio 1/2.

    $$P\left(\bigcup_{i=1}^{5} A_i \middle| B\right) = 0.7626$$

22. Sea F_i = i componentes fallen.
    $P(F_k^c)=0.99$. Entonces k=2.
23. Sea A=que incluya cartas no menores que 7, B=contiene al menos una carta mayor a 10.
    P(A|B)=0.087 (usar definición de probabilidad condicional).
24. Sea $w=1 - (1 - p)^3$
    P(Hugo gane) = p/w.
    P(Paco gane) = p (1 - p)/w.
    P(Luis gane) = $p (1 - p)^2/w$.
25. Sea TB=la persona tiene tuberculosis.
    C=la prueba indica que tiene tuberculosis.
    a) P(TB| C) = 0.833 (Use Teorema de Bayes).
    b) $P(TB|C_1,C_2) =$ 0.9996 (Use Teorema de Bayes y asuma independencia entre las pruebas)
26. P(todas las pelotas en la muestra sean negras) = 0.1388 (Hint: use el Teorema de la probabilidad total).
27. Sea A=un paquete no cumple con la garantía (i.e., que más de 5 semillas no germinen).
    $P(A)=1 - P(A^c) = 0.1441$.
28. C_i =caja i, V=verdadero, I=imitación.
    P(que se quede con 2 diamantes verdaderos) = $P(C_1 \cap V) + P(C_2 \cap I) = 2/3$.
29. Sea A = ganar, B_k = suma de los dados en el primer lanzamiento es k
    $P(A) = \Sigma P(A|B_k)P(B_k) = 0.5$