

## CALCULO DE PROBABILIDADES I

**Tarea 4**  
**(Respuestas)**

- 1.a) Encuentre la probabilidad de cada uno de los siguientes eventos:
- a.1)  $P(X > 3) = 0.0016$
  - a.2)  $P(4 < X \leq 7 \text{ ó } X > 9) = P(4 < X \leq 7) + P(X > 9) = 0.0003175$
  - a.3)  $P(3 \leq X \leq 5 \text{ ó } 4 \leq X \leq 10) = P(3 \leq X \leq 5) + P(4 \leq X \leq 10) = 0.00953$
  - a.4)  $P(X > 7 | X > 4) = 0.008$
- b) Si  $p=0.3$
- b.1)  $P(X > 3) = 0.2401$
  - b.2)  $P(4 < X \leq 7 \text{ ó } X > 9) = P(4 < X \leq 7) + P(X > 9) = 0.13866$
  - b.3)  $P(3 \leq X \leq 5 \text{ ó } 4 \leq X \leq 10) = P(3 \leq X \leq 5) + P(4 \leq X \leq 10) = 0.44567$
  - b.4)  $P(X > 7 | X > 4) = 0.343$
- 2.a)  $P(X \geq 25) = 3/4$
- b)  $P(2.6 < X < 12.2) = 1/10$
  - c)  $P(8 < X \leq 10 \text{ ó } 30 < X \leq 32) = 1/25$
  - d)  $P(25 \leq X \leq 30) = 3/50$
- 3.a) Usar resultado de la suma geométrica.
- b)
- $$f_Y(y) = \begin{cases} (1-p)^y p, & \text{si } y < M \\ (1-p)^M, & \text{si } y = M \end{cases}$$
- 4.a)  $X \sim \text{Po}(2.5)$   
 $P(X \leq 2) = 0.5438$
- b)  $Y \sim \text{Po}(3)$   
 $P(Y \leq 2) = 0.4231$
5.  $X \sim \text{Exp}(69.31)$   
 $P(X \geq t) = 0.9, \Rightarrow t = 0.00152.$
6. a)  $P(|X - \mu| \leq k \sigma) = 2\Phi(k) - 1$
- si  $k=1, P(*)=0.6826$
  - si  $k=2, P(*)=0.9544$
  - si  $k=3, P(*)=0.9974,$
- b) si  $k=1 \Rightarrow 2 < X < 8$   
si  $k=2 \Rightarrow -1 < X < 11$   
si  $k=3 \Rightarrow -4 < X < 14.$
- 7.a)  $\mu = 60, \sigma = 11.764$
- b)  $P(X \geq 75) = 0.102$
  - c)  $P(X > 82 | X \geq 75) = 0.31503$
8. Hint: Normalice la distribución.
9.  $X \sim \text{Exp}(0.6931)$   
 $P(X \leq x) = 0.75 \Rightarrow x = 2.$
10. Hint: Deriva la función de densidad con respecto a  $X$  y encuentra el máximo.
11. Encuentre  $\Phi^{-1}(t)$
- |       |            |
|-------|------------|
| -1.29 | si $t=0.1$ |
| -0.85 | si $t=0.2$ |
| -0.53 | si $t=0.3$ |
| -0.26 | si $t=0.4$ |
| 0     | si $t=0.5$ |
| 0.26  | si $t=0.6$ |
| 0.53  | si $t=0.7$ |
| 0.85  | si $t=0.8$ |

- 1.29 si  $t=0.9$
12.  $P(X \leq Q_j) = j/4$   
 a) si  $j=1$ ,  $Q_1 = -0.68\sigma + \mu$   
 si  $j=2$ ,  $Q_2 = \mu$   
 si  $j=3$ ,  $Q_3 = 0.68\sigma + \mu$   
 b) si  $j=1$ ,  $Q_1 =$   
 si  $j=2$ ,  $Q_2 =$   
 si  $j=3$ ,  $Q_3 =$   
 c) si  $j=1$ ,  $Q_1 = 0.28768/\lambda$   
 si  $j=2$ ,  $Q_2 = 0.6931/\lambda$   
 si  $j=3$ ,  $Q_3 = 1.3862/\lambda$ .
13. Si  $X \sim N(\mu, 0.25)$  y  $P(|X - \mu| \leq c) = 0.9$ , entonces  $c=0.8225$ .
14. a)  $F(x) = 1 - e^{-0x} I_{(0,\infty)}(x)$   
 b) Usar definición de probabilidad condicional.
15. a)  $P(X < np - 2(npq)^{1/2}) = 0.0003777$   
 b)  $\lambda=1$   
 c)  $F_x(u) = F_x(u)$  cuando la distribución de  $X$  es simétrica al rededor del cero.
16.  $P(|X - 2| \leq 1) = 0.6826$
17. a)  $x = (1 - a)/(2 - a - b)$ ,  
 b)  $x = (a - 1)/b$
18. a)  $P(|X - 1| \leq 2) = \Phi(1/\sqrt{2}) + \Phi(3/\sqrt{2}) - 1$   
 b)  $P(X < -\mu | X < \mu) = (1 - \Phi(2))/\Phi(0)$   
 c)  $\sigma^2 = h(\mu) = d\mu^2$ , donde  $d=cte$ .
19. b)  $X \sim Po(20)$   
 $P(X \leq x) = 0.95, \Rightarrow x=28$ .
20. a)  $Y \sim Bi(n, 1-p)$   
 b)  $X \sim Bi(n, 5/12)$   
 c)  $Y=(X+n)/2 \sim Bi(n,p)$
21. a) Sea  $X$ =número de personas que votan a favor.  $X \sim Bi(100, 0.5)$   
 $P(X \geq 60) = 0.028444$   
 b)  $P(X \geq 60) \approx 0.0228$
23.  $X \sim Po(1)$   
 a)  $P(X > 10) = 0.0985$   
 b)  $P(X = 0) = 0.1353$
- 27.
- | P    | $\chi^2(25)$ | Gamma(3,7) | Beta(2,5) |
|------|--------------|------------|-----------|
| 0.25 | 19.9393      | 0.2468     | 0.243     |
| 0.48 | 23.9892      | 0.3705     | 0.3743    |
| 0.79 | 30.3905      | 0.6003     | 0.5743    |
| 0.98 | 41.566       | 1.0738     | 0.8206    |
28. Sea  $X$ =v.a. que cuenta el número de semillas que no germinan,  $X \sim Bi(200, 0.05)$   
 $P(X > 20) = 0.001159$
29. Sea  $X$ =v.a. que cuenta el número de artículos defectuosos,  
 a)  $X \sim Bi(10, 0.01)$ ,  $P(X \geq 1) = 0.0956$   
 b)  $X \sim Bi(n, 0.1)$ ,  $P(X \geq 1) = 0.95 \Rightarrow n=29$ .
- 30.

$$f(y) = \begin{cases} 0.003 & , y = \pm 6 \\ 0.0092 & , y = \pm 5 \\ 0.0324 & , y = \pm 4 \\ 0.061 & , y = \pm 3 \\ 0.121 & , y = \pm 2 \\ 0.1747 & , y = \pm 1 \\ 0.1974 & , y = 0 \end{cases}$$

33. Sea  $X=v.a$  que cuenta el número de asegurados que mueren por cierto accidente.  
 $X \sim Bi(10000, 0.00005)$   
 $P(X > 3) = 0.00175119$   
 $P(X > 3) \cong 0.00175234$  (Aproximación con la Poisson).
34. Sea  $X=v.a$  que cuenta el número de celulas rojas en la sangre.  $X \sim Po(20)$   
 $P(X < 15) = 0.0104864$
35. Sea  $X=v.a$  que cuenta el número de mujeres en una muestra.  $X \sim \text{Hipergeométrica}(20, 8, 6)$ .  
 $P(X=1) = 0.163467$
36. a) Para  $w=0, 1, 2, 3$   
 $f_w(w) = \frac{{}^4C_w (N-4)C_{(3-w)}}{{}^NC_3}$   
 b)  $f(w)$  se maximiza cuando  $N=12$ .
37.  $f(y) = (0.94)^{y-1} (0.06) I_{\{1, 2, 3, \dots\}}(x)$
38. Sea  $X=v.a$  que cuenta el número de llamadas necesarias para obtener comunicarse.  $X \sim \text{Geo}(0.4)$ .  
 a)  $P(X=1) = 0.4$   
 $P(X=2) = 0.24$   
 $P(X=3) = 0.144$   
 b)  $P(\text{un total de 4 intentos}) = 0.1728$
39. a)  
 a.1)  $P(\text{esté más cerca de A que de B}) = 1/2$   
 a.2)  $P(\text{la distancia con respecto al punto A sea más de tres veces la distancia con respecto al punto B}) = 1/4$   
 b)  $P(\text{exactamente uno de los tres se encuentre más cerca de A que de B}) = 0.375$
40. a) Usando la densidad Gamma,  $P(Y > 1) = 0.7357$   
 b) Usando la igualdad,  $P(Y > 1) = 0.7357$
41.  $k = 1/96$
42.  
 a)  $F(y) = 1 - e^{-2y} (2y^2 + 2y + 1)$  ,  $y > 0$   
 b)  $P(1 \leq Y \leq 4) = 0.6629$ ,  $P(Y \leq 0.6) = 0.12051$   
 c)  $P(Y \leq y) = 0.5$ , entonces  $y = 1.33703$
43. a)  $c = 195$   
 b)  $F(t) = \begin{cases} 0 & , t < 0 \\ 35t^3 - 105t^4 + 126t^5 - 70t^6 + 15t^7 & , 0 \leq t \leq 1 \\ 1 & , y > 1 \end{cases}$   
 c)  $P(0.2 \leq T \leq 0.4) = 0.432064$
45.  $X \sim Po(\lambda t)$ ,  $Y \sim \text{Exp}(\lambda)$  ,  $\lambda = 10$   
 $P(Y \geq 0.25) = 0.0821$
46.  $P(Y \leq 4) = 0.0044784$   
 $P(5 \leq Y < 8) = 0.01898$
47.  $P(0.2 \leq W \leq 0.4) = 0.43206$
48. Sea  $X=v.a$  que cuenta el número de terminales pc que requieren servicio.  $X \sim Bi(300, 0.015)$ .  
 a)  $P(X \leq 2) = 0.171459$  ,  $P(X \leq 2) \cong 0.17357$   
 b)  $P(X \geq 5) = 0.468613$  ,  $P(X \geq 5) \cong 0.46789$

c)  $P(X=3) = 0.168924$  ,  $P(X=3) \cong 0.168717$