

Cálculo de Probabilidades II
Preguntas Tema 3

1. Sean X y Y v.a. con segundo momento finito.
 - (a) Cuándo se da la igualdad en la desigualdad de Cauchy-Schwarz?
 - (b) Existe alguna condición necesaria y suficiente para que $|\rho(X, Y)| = 1$?
 - (c) Obtenga fórmulas para calcular $V(\sum_{i=1}^n c_i X_i)$ y $\rho(\sum_{i=1}^n a_i X_i, \sum_{j=1}^m b_j Y_j)$.

2. Los resultados de las pruebas finales de todos los alumnos del último año de las preparatorias de cierto estado tienen una media de 60 y una varianza de 64. Una generación específica de cierta preparatoria de $n=100$ alumnos tuvo una media de 58.
 - (a) Calcule la probabilidad de que la media muestral sea a lo más 58 cuando $n=100$
 - (b) puede afirmarse que esta generación tiene un menor promedio respecto al global?.

3. Se supone que la probabilidad de que una persona sobreviva a un ataque de cólera (con asistencia médica) es de 0.85.
 - (a) Cuál es la probabilidad de que cuando menos la mitad de 100 pacientes con este mal sobrevivan?.
 - (b) Cuál es la probabilidad de que más de 5 pacientes de 15 sobrevivan?

4. El candidato "Cuatemochas" considera que puede ganar una elección en cierta ciudad si obtiene al menos el 45% de los votos del distrito I. Además supone que alrededor del 50% de los votantes de la ciudad están a su favor.
 - (a) Si $n=200$ personas votan en el distrito I, Cuál es la probabilidad de que el candidato gane?.
 - (b) Si $n=20$ personas votan en el distrito I, Cuál es la probabilidad de que el candidato gane?.

5. Bajo cierta póliza de seguros, se tiene la siguiente información

No. de reclamos	No. de asegurados que hicieron j reclamos
0	17353
1	1414
2	620
3	25
Total	19412

- (a) Sea Y el No. de reclamos, obtenga un estimador de la f. de probabilidad de Y .
- (b) Obtenga $E(Y)$, en base al inciso a.

- (c) Si un portafolio de seguros consiste en 100 pólizas independientes de este mismo tipo. Estime el No. promedio de reclamos totales que se deben considerar en un portafolio de este tamaño.
- (d) Considere una póliza del tipo descrito por la tabla anterior. Si la función de distribución acumulada del monto de un reclamo individual está dada por: $F(x) = 1 - e^{-0.001x} I_{\mathfrak{R}^+}(x)$. Estime el costo esperado de los reclamos que producirán 100 pólizas de este tipo.
- (e) Estime la desviación estándar del costo total, asociado a las 100 pólizas del inciso anterior.

6. Demostrar que

$$|\rho| = 1 \leftrightarrow \exists a, b \in \mathfrak{R}, b \neq 0$$

tales que

$$P(Y = a + bx) = 1$$

7. La función de densidad conjunta de X y Y está dada por

$$f(x, y) = (12/7)x(x+y)I_{(0,1)}(x)I_{(0,1)}(y). \text{ Sean } U \text{ y } V \text{ definidas como } U = \min\{X, Y\}, \\ V = \max\{X, Y\}. \text{ Encontrar } f_{U,V}$$

8. Considera la sucesin X_K de variables aleatorias tales que

$$X_K \sim \chi_{(k)}^2$$

Si Z_K es la estandarizacin de X_K , cul es la distribucin lmite de Z_K cuando

$$K \rightarrow \infty?.$$

Usar funcin generatriz de momentos.

9. Se va a seleccionar una muestra aleatoria de tamao n de una distribucin con media μ y varianza σ^2

- (a) Determina el valor de n tal que la probabilidad de que la media muestral de la media poblacional en a lo ms $\pm 1/4$, no sea mayor que 0.99 (Usar solamente la desigualdad de Chebyshev).
- (b) Responder al inciso anterior pero utilizando el Teorema Central del Lmite.

10. Cuarenta y ocho medidas son registradas utilizando varios lugares en los decimales. Cada uno de los cuarenta y ocho nmeros se redondea al entero ms cercano. La suma de los cuarenta y ocho nmeros originales se aproxima por la suma de los nmeros redondeados. Si suponemos que los errores de redondeo son independientes y siguen una distribucin $U(-1/2, 1/2)$, calcular en forma aproximada la probabilidad de que la suma de los nmeros redondeados no difiera en ms de 2 unidades de la verdadera suma.