

Ecuaciones Diferenciales Parciales
Tarea 1a

1. Para cada una de las siguientes EDP determine la integral general y calcule tres soluciones diferentes y describa cuidadosamente los dominios donde las soluciones están definidas:

(a)

$$x^2 z_x + y^2 z_y = 2xy$$

(b)

$$zz_x + yz_y = x$$

(c)

$$z_y = 3y^2$$

(d)

$$(y + z) z_x + yz_y = x - y$$

(e)

$$x(y - z) z_x + y(z - x) z_y = z(x - y)$$

2. Resuelva los siguientes problemas de Cauchy, en cada caso describa cuidadosamente el dominio de la solución (si existe)

(a)

$$z_x + z_y = z; \text{ sobre la curva inicial } \mathcal{C}_i : x = t, y = 0, -\infty > t, z = \cos t$$

(b)

$$x(y - z) z_x + y(z - x) z_y = z(x - y);$$

$$\text{sobre la curva inicial } \mathcal{C}_i : x = t, y = \frac{2t}{t^2 - 1}, t \in (0, 1), z = t$$

(c)

$$xz_x + yz_y = z; \text{ sobre la curva inicial } \mathcal{C}_i : y = x^2, x > 0, z = 1$$

(d)

$$zz_x + yz_y = x; \text{ sobre la curva inicial } \mathcal{C}_i : x = t, y = 1, -\infty < t, z = 2t$$

(e)

$$zz_x + yz_y = x;$$

sobre la curva inicial:

$$x = t, y = t, t > 0$$

z tiene los siguientes valores:

i.

$$z = 2t$$

ii.

$$z = t$$

iii.

$$z = \operatorname{sen} \left(\frac{\pi}{2} t \right)$$

3. Resuelva los siguientes problemas de valores iniciales

(a) $u_x u_y = 1$ si $u(x, 0) = \log x$

(b) $(u_x)^2 + (u_y)^2 - u = 0$ si $u(x, 0) = x^2$

(c) $(u_x)^2 + (u_y)^2 - u = 0$ si en la curva $x_0 = \cos t, y_0 = \operatorname{sen} t, u_0 = 1$