

INSTITUTO TECNOLÓGICO AUTÓNOMO DE MÉXICO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
TEMARIO
CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL III
(MAT-14102)

Temario detallado del curso. Otoño 2024.

0. Recordatorio. Notación de vectores, base canónica en \mathbb{R}^n , norma euclidiana, desigualdad del triángulo, producto punto, ortogonalidad, desigualdad de Cauchy-Schwarz, vectores paralelos. Parametrización de una recta que pasa por un punto y es paralela a un vector dado. Parametrización del segmento de recta cuyos extremos son dos puntos dados. Ecuación de un plano en \mathbb{R}^3 que pasa por un punto y es perpendicular a un vector. Coordenadas polares.

1. Diferenciación.

1.1 Funciones de varias variables. Curvas de nivel, conjuntos de nivel.

1.2 Conjuntos abiertos, puntos frontera, conjuntos cerrados. Uniones e intersecciones de abiertos y cerrados.

1.3 Límites. Continuidad.

1.4 Derivadas parciales.

1.5 Diferenciación en 2 variables, plano tangente, diferenciación en el caso general. Teoremas básicos.

1.6 Trayectorias en \mathbb{R}^n , vector velocidad, rapidez, parametrización de la recta tangente a una curva en un punto. Parametrización del movimiento de un objeto que se mueve a velocidad constante \mathbf{v} y que pasa por un punto \mathbf{x}_0 al tiempo t_0 .

1.7 Propiedades de la derivada. Regla de la cadena.

1.8 Gradientes. Derivadas direccionales.

2. Optimización.

2.1 Derivadas parciales iteradas.

2.2 Teorema de Taylor de primero y segundo orden, aproximaciones lineales y cuadráticas.

2.3 Matrices simétricas definidas positivas, definidas negativas, definición de máximo local, mínimo local, punto crítico, punto silla, condición de la primera derivada para puntos extremos locales.

2.4 Criterio de la segunda derivada para puntos extremos locales sin restricciones, caso de n variables, caso especial de 2 variables.

2.5 Máximos y mínimos globales.

2.6 Extremos restringidos y multiplicadores de Lagrange.

2.7 Aplicaciones a economía.

2.8 Teoremas de la función implícita y de la función inversa.

3. Integración.

3.1 Integral doble sobre un rectángulo. Teorema de Fubini.

- 3.2** Integral doble sobre regiones más generales.
- 3.3** Cambio en el orden de integración.
- 3.4** Teorema del valor medio para integrales dobles.
- 3.5** Geometría de las funciones de \mathbb{R}^2 en \mathbb{R}^2
- 3.6** Teorema de cambio de variables. Demostrar que $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$.
- 3.7** Integrales triples. Cambio de variables a coordenadas esféricas y cilíndricas.

Texto (Para ejercicios y orden de los temas del curso): Cálculo Vectorial, Jerrold E. Marsden y Anthony J. Tromba, Cuarta, quinta o sexta edición. Editorial Pearson.

Nota: Los temas 1.2, 2.2, 2.3 y 2.4 serán descritos de manera más completa a la exposición del libro anterior.